

# CONTEXTUALIZACIÓN ESPECÍFICA DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

Bernardo Gómez Alfonso

Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Valencia

Bernardo.gomez@uv.es

*Resumen.* En este artículo se comentan algunos de los aspectos que dotan de un carácter singular a la didáctica de las matemáticas. Estos aspectos tienen que ver con diferentes contextos: la enseñanza de las matemáticas, la enseñanza de la educación matemática, la investigación y la calidad en la investigación en educación matemática.

*Palabras clave:* Didáctica de la matemática, enseñanza, investigación

*Abstract.* This work has to do with those aspects that give to the mathematical education a singular or specific character. These aspects have to do with different contexts: The teaching of mathematics, the teaching of mathematical education, the investigation in mathematical education and the quality in investigation in mathematical education

*Key words:* Mathematics education, teaching, investigation

## INTRODUCCIÓN

La didáctica de las matemáticas ha sido uno de los motores que han impulsado el nacimiento, desarrollo y consolidación de las didácticas específicas. Ha jugado un papel destacado, no sólo por la importancia instrumental de las matemáticas que, junto con la lengua nacional, es el núcleo central del sistema educativo obligatorio, sino porque, a diferencia de ésta, ha estado desde siempre en el centro de los debates y las polémicas educativas.

Los temas y las circunstancias para la controversia son múltiples y variados, y en su mayoría se sostienen en torno a tres contextos principales: El primero de estos alude a la enseñanza y el aprendizaje, el segundo corresponde a la formación inicial y permanente de los profesores, y finalmente el tercero compete a los posicionamientos, fundamentos y objetivos teóricos o empíricos de la investigación en la disciplina.

Estos contextos delimitan una amplia problemática que es común al resto de las didácticas específicas, cuando se contempla desde una perspectiva general, pero tiene rasgos específicos cuando se contempla desde la perspectiva particular de la didáctica de las matemáticas. Esto es así, entre otras cosas, porque para hacer didáctica de las matemáticas hace falta conocer las matemáticas que se quieren enseñar. Debido a que son los matemáticos quienes han de responsabilizarse de lo que se hace en su nombre, y porque son a quien se invita, más pronto o más tarde, en última instancia, a zanjar los significados y la validez de lo que se hace en su nombre (Brousseau, 1991, p. 19).

Estos rasgos específicos, no son necesariamente exclusivos, son los que se quieren develar en esta conferencia, sin más pretensión que la de ofrecer una visión general o panorama de lo que hace que la didáctica de la matemática siempre esté en el candelero.

## **LO ESPECÍFICO DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

Uno de los rasgos específicos de la enseñanza de las matemáticas es el clima social en el que se desenvuelve. Este clima es el resultado de distintos factores, unos negativos como son la denominada “guerra de los matemáticos”, el bajo rendimiento escolar, los prejuicios, actitudes y sentimientos hacia la matemática, la propia naturaleza abstracta de la disciplina y otros positivos; como es la preocupación y el compromiso de los matemáticos por cambiar este clima adverso.

### **La guerra de los matemáticos**

Bajo este epígrafe se está señalando el fenómeno, perfectamente ilustrado en el texto que se acompaña más abajo, que consiste en eludir la responsabilidad del bajo rendimiento escolar de los estudiantes desviando la “culpabilidad” a los compañeros del nivel inmediatamente inferior.

*Oye uno por los pasillos, año tras año, ciertas quejas. Los alumnos de ecuaciones diferenciales tienen mala base. No han aprendido lo que debieran en los cursos de cálculo diferencial e integral. Los alumnos de Análisis III están mal preparados. No saben lo suficiente de Análisis II. Y así sucesivamente, hasta retroceder al Análisis I, y a los cursos de álgebra superior e intermedia....*

*La conclusión es trasladar la culpa a los centros de Bachillerato. Muchos profesores de universidad están convencidos de que la mayoría de los docentes de secundaria hacen un trabajo lamentable.*

*Los docentes de universidad a quienes he oído expresar esta opinión jamás han visitado los centros de enseñanza secundaria ni han conversado nunca con los docentes de éstos.*

*Los profesores de secundaria que yo he conocido son personas inteligentes y sinceramente interesados en la preparación de sus alumnos. El problema, explican, es que los alumnos que les llegan no saben lo que deberían para sacar el provecho debido; el problema viene del ciclo superior de primaria.*

*Y evidentemente, si miramos en la primaria se nos dirá que el mal se encuentra en los ciclos medio y elemental; y finalmente que el problema nace del hogar y de la familia.*

*Así que la culpa es de todo el mundo y nadie tiene la culpa (Davis y Hersh , 1989, p. 76)*

Trivializar un problema tan complejo, culpabilizando a unos profesores frente a otros, a unos estudiantes, o a una institución, sólo sirve para esconder la cabeza bajo el ala. Es un error, es mejor compartir la responsabilidad, enfrentar el problema, definirlo, situarlo en sus justos términos y abordar los obstáculos que hay que vencer. Tal vez así, desde el conocimiento, la comunicación y la colaboración, se pueda avanzar en propuestas para superar la discordancia entre lo que se sabe y lo que se exige al pasar de un nivel educativo a otro.

### **El bajo rendimiento y los prejuicios negativos**

A pesar de que las matemáticas escolares ocupan en todos los países, junto con la lengua nacional, la mayor parte del tiempo escolar, es en esta materia donde se obtienen los rendimientos más bajos. Es una asignatura que se percibe como la más difícil y además, la que despierta poco entusiasmo, genera antipatía y provoca ansiedad, cada vez más a medida que se avanza de curso.

A esto hay que añadir que las matemáticas escolares son la asignatura donde la separación motivacional entre profesores y alumnos es más evidente. Este hecho está relacionado con la dificultad de vincular las matemáticas con los problemas cotidianos de la vida real, o con la dificultad de conjugar los objetivos curriculares con los intereses personales de los estudiantes.

En un experimento, realizado por Antibi en 1998, se planteó el siguiente problema para comparar la motivación de los estudiantes y la de los profesores

Enunciado 1: *En una maleta de fondo rectangular de 50 cm de longitud y 40 cm de anchura, se quiere meter una regla de 4 cm de anchura ¿Cuál es la longitud máxima que puede tener la regla?*

Enunciado 2: *Se tiene un rectángulo de 50 cm de longitud y 40 cm de anchura. Se tiene otro rectángulo de 4 cm de anchura y longitud L ¿Cuál es el valor máximo de L para que el segundo rectángulo quepa en el primero? ¿Cuál de los dos enunciados prefieres?*

‘La maleta’ fue considerada por casi la totalidad de los profesores como un buen ejercicio motivador, útil en la vida corriente, etc., algunos incluso, dijeron que, desgraciadamente, no era posible fabricar todos los días ejercicios tan bonitos. Los estudiantes de la prueba no coincidieron con los profesores. Con frecuencia significativas (diferentes según el curso) los estudiantes prefirieron ‘El rectángulo’ porque dijeron que lo consideraban más fácil de resolver (al parecer porque la incógnita aparece indicada).

Para Antibí, los resultados de su experimentación confirman la existencia de una 'separación motivacional' entre enseñantes y estudiantes. Una posible explicación de esta separación es que, para los estudiantes, el éxito parece ser un factor de motivación importante. También concluye Antibí, que los mejores estudiantes de matemáticas son los que, en cuanto a los ejercicios motivadores, tienen el gusto más parecido al de sus enseñantes; mientras que para los estudiantes con dificultades, adornar los ejercicios complica su resolución.

También hay que añadir, en relación con la enseñanza de esta asignatura, que hay una baja tolerancia a la frustración por parte de los alumnos, y también de los padres que les exigen buenos resultados a sus hijos, pero se les olvida que para eso se requiere un proceso y un esfuerzo.

Finalmente, lo que le queda a la inmensa mayoría de la gente, es asociar las Matemáticas con la Escuela, y con nada más. No existen otras Matemáticas que las que "sufrieron" en las aulas de primaria y secundaria. Por desgracia, para esas personas las Matemáticas son sólo eso, recuerdos inútiles de rutinas y procesos complicados que no han vuelto a utilizar en su vida<sup>1</sup>. Lo sorprendente es que a pesar de todo este panorama adverso, las matemáticas son a la vez la asignatura considerada más importante y con mayor valor prospectivo sobre las capacidades de los estudiantes.

### **La preocupación y el compromiso de los matemáticos con la educación matemática**

El deseo de superar el clima social adverso de indiferencia y de ignorancia hacia las matemáticas y hacia sus adeptos es un desafío que está especialmente arraigado entre los profesionales de la disciplina. En efecto, en ninguna otra ciencia son tan frecuentes las actividades, ya sean públicas o en los centros escolares, con el objetivo de concienciar, motivar o divertir, realizando ejercicios complementarios al currículo.

Con la 'concienciación', se persigue crear conciencia de la necesidad e importancia de las matemáticas para todos, pero esto es difícil por las características del quehacer matemático que usa un lenguaje nada coloquial y aceptado sólo a regañadientes por las personas corrientes, puesto que aborda temas sofisticados e impopulares y no permite la obtención de resultados económicos inmediatos, o requiere un razonamiento

---

<sup>1</sup> Porque, ¿qué profesional, político, empleado o artesano ha utilizado para tomar alguna decisión trascendental de su vida los polinomios, o la tecla ln de la calculadora? Nadie. Aunque otros la pulsen por él.

lógico serio que no se puede despachar rápidamente ya que necesita tiempo y concentración.

Con la ‘motivación’, se pretende estimular el conocimiento de las matemáticas, captar adeptos o simpatizantes y despertar el interés de los estudiantes por la disciplina, pero para eso es necesario no perder de vista que lo que les motiva a ellos no tiene por qué coincidir con lo que motiva a los profesores.

Con la ‘diversión’, se pretende involucrar en actividades recreativas a los estudiantes, para cambiar la imagen de las matemáticas y mostrarla como una ciencia viva, donde el estudiante puede participar, sin embargo hay que tener en cuenta que no todo lo que se encubre bajo el nombre de matemáticas divertidas son verdaderas matemáticas y que se puede dar una visión equivocada, produciendo un efecto “rebote”, al hacer creer en una fantasía que la realidad va a desmentir.

Por otro lado, en lo relativo al compromiso de los matemáticos con las cuestiones pedagógicas de su disciplina, la tradición es significativa; dicho compromiso está tan fuertemente arraigado y tiene tan larga tradición que es fácil encontrar ejemplos que involucran a matemáticos profesionales eminentes, entre ellos es preciso citar a Klein y a Freudenthal. El primero, Klein, fue el primer presidente de la ‘International Commission on Mathematical Instruction’ (ICMI), una organización internacional fundada por matemáticos, en Berlín, en 1908, con el fin de prestar atención a los temas educativos. El segundo, Freudenthal, fue uno de los matemáticos que lanzaron el ‘International Congress on Mathematical Education’ (ICME) en 1969, bajo los auspicios del ICMI. Fue, también, fundador de la revista ‘Educational Studies in Mathematics’, y junto con Fischbein, fue artífice de la puesta en marcha en 1977 del Grupo internacional de Psicología de la Educación Matemática (PME).

Estos dos últimos hitos son los que, en opinión generalizada, sitúan en la década de los 70 el comienzo del desarrollo de la investigación en Educación Matemática, en el ámbito internacional. Desde entonces, una oleada de organismos afines ha irrumpido en el contexto mundial; entre ellos cabe destacar, en el ámbito del español, la Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV del IPN de México, creada en 1975; la institucionalización del área de conocimiento de Didáctica de la Matemática en la Universidad española al comienzo de los 80, con la creación de Departamentos universitarios propios de esta área, posibilitando así la elaboración y defensa de tesis doctorales en Didáctica de las Matemáticas. También en los años 80, comienzan su andadura revistas afines como son *Enseñanza de las ciencias* (1983), *Educación Matemática* (1989), *Suma* (1988), *UNO*, *EMA* (1995), y series de actualización como las

de la colección Síntesis: *Matemáticas: cultura y aprendizaje (1987)*, y *Educación Matemática en Secundaria*.

En los años 90 se gestan otros espacios afines de actuación para los investigadores de habla hispana con implicaciones en Didáctica de la Matemática. En Marzo de 1996 se constituyó formalmente la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática SEIEM y en el mismo año, se ponían en marcha las Reuniones Latinoamericanas de Investigación en Educación Matemática (RELME).

### **LO ESPECÍFICO DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

Su propio nombre ya es motivo de confusión: ¿Educación Matemática o Didáctica de las Matemáticas? Educación y Didáctica son términos diferentes. La Educación se refiere a la adquisición de conocimientos, de aquí que se diga de una persona que es educada cuando ha logrado esa adquisición, cuando tiene conocimientos. Por su parte, la Didáctica se refiere a la comunicación del conocimiento, por eso se dice que una persona se expresa didácticamente cuando logra transmitir su conocimiento haciéndose entender con claridad.

Adquisición y transmisión son palabras coloquiales que ayudan a diferenciar Educación y Didáctica, pero desde un punto de vista más formal, es mejor hablar de enseñanza y aprendizaje. Así, cuando se teoriza sobre Educación y sobre Didáctica de modo separado, se hace referencia en el primer caso a aprendizaje y en el segundo a enseñanza; en un caso, el énfasis se pone en el alumno o el estudiante y en sus posibilidades, mientras en el otro el centro es el profesor y la metodología.

Dicho esto, hay que puntualizar que en matemáticas, *Educación Matemática* y *Didáctica de la Matemática*, no son disciplinas diferentes, sino que son dos acepciones de la misma disciplina. Lo que diferencia a ambas denominaciones no es relevante, apenas es una cuestión de costumbre o tradición local, anglosajona o latina.

### **Ámbito de estudio de la Educación/Didáctica de las Matemáticas y líneas principales de investigación**

Como en cualquier disciplina, el ámbito de estudio de la didáctica de las matemáticas depende de cómo sea ella concebida. Las principales concepciones se pueden agrupar de la siguiente forma:

- El estudio de los fundamentos teóricos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, en el marco de los sistemas educativos (como tal es una ciencia básica).

- El desarrollo y la concreción de conocimientos aplicados y comprometidos con la práctica educativa (como tal es una ciencia aplicada).
- El análisis y concreción de conocimientos y prácticas que dan soporte a los planes para la cualificación profesional de los docentes de matemáticas (como tal es una ciencia profesionalizadora).

Estas concepciones no solo acotan el ámbito de estudio de la disciplina, sino que marcan una amplia variedad de problemas de investigación que se relacionan con diferentes temas que están interrelacionados. Así, en relación con el estudio de los fundamentos teóricos, las investigaciones se han orientado a una variedad de cuestiones, en términos epistemológicos, históricos, socioculturales, metodológicos y otras construcciones teóricas fundamentales.

En este orden de ideas el desarrollo y la concreción de conocimientos aplicados a la práctica educativa, son relevantes las investigaciones sobre el currículo y sobre todo las realizadas sobre la construcción del conocimiento matemático; y en lo referente a la formación didáctico-matemática de los profesores, destaca la línea conocida como “conocimiento y desarrollo profesional del estudiante para profesor, el profesor y el formador de profesores”.

### **Los mitos iniciales en la investigación en Educación/Didáctica de las Matemáticas y la preocupación actual de los investigadores**

La mayoría de los investigadores noveles, que se enrolan en un postgrado de Educación/Didáctica de la Matemática suelen ser profesores en ejercicio, o estudiantes recién graduados. Los primeros creen que esto les hará mejores profesores en el aula de matemáticas y consideran que a través de estos estudios lograrán resolver sus problemas cotidianos de enseñanza y aprendizaje, diseñando mejor sus lecciones en clase. Conforme avanzan en sus estudios se dan cuenta que la problemática es mucho más compleja y amplia de lo que pensaban, de hecho, como han vislumbrado los investigadores dentro del área de la educación matemática como rama científica, la problemática es tan compleja que la solución al problema del aprendizaje de las matemáticas está lejos de ser alcanzada (Hitt, 2001, p. 166), esto hace que la preocupación de buena parte de los investigadores esté enfocada aún en entender y plantear los problemas didácticos, y en desarrollar criterios confiables para evaluar sus eventuales avances y su pertinencia, etc., siendo difícil que abunden los resultados directamente aplicables al aula.

### **Un sello particular.**

La preocupación por entender y plantear los problemas didácticos, está relacionada con el cambio de paradigma en la investigación relacionada con el proceso de aprendizaje

de las matemáticas, que se produjo a mediados de los años 70, al constatarse que la investigación conductista previa y la teoría conductista, no daban cuenta de los procesos de aprendizaje en sí mismos, de una manera convincente. Esto llevó a plantear un cambio en el enfoque investigador, que en vez de comenzar por una teoría general del aprendizaje para derivar de ella una teoría particular del aprendizaje matemático, debería empezar por el estudio de los procesos de construcción de los contenidos específicos de matemáticas, para derivar de ahí modelos teóricos explicativos locales.

*“no deberíamos comenzar desde una teoría del aprendizaje general y neutral respecto del contenido, y derivar de ella una teoría del aprendizaje matemático..., [más bien deberíamos] empezar [desde] procesos de aprendizaje específicos de un contenido”* (Bauersfeld y Skowronek, 1976, cit. Kieran y Filloy, 1989, p. 229).

Este cambio de paradigma imprimió a la tarea investigadora en educación matemática un sello particular: el de conocer a fondo los procesos de construcción y aprehensión de determinados conceptos matemáticos, poniendo énfasis en señalar las dificultades que entrañan dichas construcciones; y el de situar los contenidos matemáticos, en el núcleo fundamental de la indagación, en cuanto a los objetos que deben ser enseñados y aprendidos, buscando los problemas y el discurso matemático que mejor se adapten a las características de los estudiantes en cada circunstancia educativa.

## **LO ESPECÍFICO DE LA ENSEÑANZA DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

La Didáctica de las Matemáticas aporta a los estudiantes de matemáticas un nuevo ámbito de estudio en el que se pueden especializar, como disciplina emergente que es, y un campo de estudio profesional para los que pretenden ser profesores en el futuro. Pero como disciplina emergente tiene que hacer frente a un clima de opinión reticente y como campo de estudio tiene que vencer dificultades específicas con los estudiantes.

### **Las reticencias**

Las reticencias tienen su origen en dos tipos de creencias acerca de la Didáctica de la Matemática. Una se basa en la desconfianza acerca de lo que puede aportar ‘lo didáctico’ en la formación de los matemáticos, ya que se percibe como una falsa ciencia y como un discurso ideológico que desea imponerse en detrimento del verdadero conocimiento disciplinar. La otra considera a la Didáctica como un arte, en la medida en que el profesor sólo se puede formar profesionalmente dentro de su propia práctica; esta percepción se sustenta en la convicción de que una reflexión didáctica no puede adquirir significado con jóvenes sin experiencia. Desde la didáctica de las matemáticas se considera que ambas creencias son erróneas.

1. Frente a la primera creencia, se argumenta que la preparación específica ideal para



el futuro profesor de matemáticas ha de tener un componente diferente al de otras personas implicadas exclusivamente en la cultura matemática formal. Esto es así, porque el marco actual ha introducido cambios sustanciales en el sistema educativo, que afectan al papel del profesor y a sus necesidades formativas (no sólo cambios en los contenidos, objetivos, metodología y criterios de evaluación, sino también en relación con la atención a la diversidad, problemas de convivencia, gestión del aula...).

Al profesor, antiguamente considerado como técnico-especialista, encargado de transmitir los conocimientos en el proceso de enseñanza, se le exigía que actuará como trabajador autónomo, con capacidad para tomar decisiones sobre la planificación, desarrollo y evaluación de su práctica educativa, que más que una situación técnica era una situación problemática, incierta, compleja y singular. A los estudiantes de matemáticas, como futuros profesores, se les va a exigir conocer la disciplina desde una perspectiva o foco de atención educativa, caracterizada por el protagonismo de la edad de los estudiantes, comprometida con su proceso de aprendizaje, con su comportamiento y sus sentimientos. Y se les va a exigir también una metodología diferente a la que están acostumbrados procurando dejar de lado la reproducción de un modelo, que es el que más cómodo les resulta.

2. Frente a la segunda creencia, se señala que la complejidad de la enseñanza de las matemáticas va más allá del modelo de instrucción centrado en la práctica; tal modelo asegura que la formación de los aspirantes a formar parte del sistema debe ser exclusivamente asignada a los miembros experimentados de las mismas instituciones que finalmente van a recibirlos; es decir, que ellos serán los responsables, como colectivo ante la sociedad, del éxito o el fracaso de los profesores noveles.

Entre sus argumentos señalan que la formación inicial del profesorado de secundaria debe atender al déficit formativo en aquellos conocimientos teóricos que permiten analizar e interpretar los distintos fenómenos que concurren en la educación matemática y abordar de forma satisfactoria los problemas que ésta plantea. Todo esto, sin menoscabo de aquellos otros conocimientos teóricos que son básicos para pensar y actuar en el ejercicio de la profesión como verdaderos educadores.

### **Las dificultades específicas**

Las dificultades que se deben vencer con los estudiantes para futuros profesores tienen que ver con sus creencias, actitudes, hábitos y conductas arraigadas. Así, por ejemplo, los que tiene éxito creen que es porque han trabajado duro, y que la materia puede ser dominada si trabajan en ella suficientemente (Schoenfeld, 1989). Estos estudiantes nunca ponen en duda su conocimiento matemático o las matemáticas que han

aprendido, después de todo, no hace ninguna falta si tienen éxito. Además, tienden a emular las metodologías de sus antiguos profesores sin cuestionar su idoneidad y, a falta de otra experiencia, procuran organizarse de acuerdo con sus últimas vivencias. Esta metodología imitada la trasladan a la Escuela hasta que al darse de bruces con la realidad comienzan a generar sentimientos negativos por la falta de éxito esperado. Por otro lado, los que no tienen éxito creen que las matemáticas que les exigen no tratan de nada significativo para sus vidas y, consecuentemente, ellas les provocan sentimientos de opresión; ponen en duda, critican y vilipendian lo que les han enseñado... y culpan a los profesores de no haberlos comprendido (Bishop, 1991).

Otro tipo de dificultades que hay que vencer con los estudiantes para los futuros profesores son las que tienen que ver con las expectativas frustrantes que despierta la palabra didáctica, ya sea por la complejidad de las nociones didácticas, su lenta comprensión y su vinculación a la experiencia de su puesta en práctica, o ya sea por la influencia de la ideología dominante, que presupone la existencia de una relación de transferencia simple de la enseñanza al aprendizaje. El estudiante adscrito a esta ideología, espera encontrar la solución a problemas que ha percibido en su experiencia personal, como sujeto de la docencia. Por eso, cuando comienza a conocer el trabajo en didáctica de la matemática, cuando se le anima a consultar algún documento recomendado para un determinado tema, es muy probable que lo encuentre decepcionante, porque no le dice nada, ni le da respuesta a su problema o en ocasiones porque la respuesta les parece trivial.

El problema es que éste es un punto de vista erróneo debido a la complejidad de las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje, complejidad que se manifiesta, como ha evidenciado la investigación en didáctica de las matemáticas, por las características locales, parciales e incluso erróneas de los conocimientos construidos por los alumnos (Laborde, 1992, p. 167). Esto hace que, en un comienzo, la visión didáctica desestabilice y decepcione al estudiante, porque en lugar de dar repuestas convincentes, favorece más la enseñanza tradicional y no la oferta de soluciones inmediatas.

## **LO ESPECÍFICO DE LOS INDICADORES DE CALIDAD DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

La didáctica de la matemática, como cualquier otra disciplina científica, está sometida a los ideales de la ciencia, entre los que se pueden señalar la especificación cuidadosa de procedimientos, la precisión de significados, la exhibición pública de datos, la presentación académica de resultados y la franqueza a la crítica y a la posible refutación. En relación con estos ideales, la didáctica de la matemática, como cualquier

otra disciplina, está sometida a los criterios para la calidad científica, de los cuales Kispatrik (2007) señala los siguientes: la importancia, la validez, la objetividad, la originalidad, el rigor y la precisión, la previsibilidad, la reproducibilidad y el “tener relación con”.

El criterio de importancia en la investigación en didáctica de la matemática, a diferencia de lo que ocurre con la investigación en matemáticas, no es el criterio de verdad; en su lugar se usa como criterio de importancia la utilidad: ¿Cuál es su uso y para quién? La utilidad puede ser para los investigadores o para los profesores, este caso viene dado por las implicaciones educativas de la investigación.

El criterio de validez está relacionado con la credibilidad, debido a que una investigación no es válida por sí misma, ni puede ser fantasía u ocurrencia ociosa. La credibilidad, cuando se trata de estudios de índole cualitativa, como ocurre con frecuencia en didáctica de las matemáticas, es un punto débil. En didáctica de las matemáticas el observador solo puede obtener información sobre la comprensión del sujeto a través de las acciones observables en él, pero los procedimientos de interpretación racional de una acción tienen un cierto grado de subjetividad, ya que el intérprete puede tomar parte en las interpretaciones de las acciones cuyo significado trata de entender. Entonces, ¿cómo saber si se ajustan a la realidad sus valoraciones?

El criterio de originalidad no significa la carencia de conexión con la investigación anterior, puesto que la investigación puede mostrar viejas cuestiones bajo una nueva luz, o puede ser una réplica, no para copiar, sino para extender, ayudar a confirmar o a refutar conclusiones de un trabajo previo. El rigor y la precisión tienen que ver con el espíritu con el cual se hace la investigación: prestando atención al detalle, a la exactitud, a la fidelidad y a la precisión. Utilizando el lenguaje cuidadosamente, para transmitir exactamente lo que se ha observado y se ha concluido.

El criterio de previsibilidad se refiere a que las inferencias y los resultados de la investigación deben permitir predecir o anticipar lo que sucederá en una nueva situación, bajo las mismas condiciones. Por su parte el criterio de reproducibilidad indica que el informe final de la investigación debe presentar los procedimientos utilizados de modo que otro investigador pueda, en principio, reproducir el estudio, y si es posible de tal modo que los resultados se reproduzcan también. Finalmente el criterio “tener relación con ...” se refiere que la investigación estrechamente vinculada a las matemáticas y al proceso educativo.

## **LO ESPECÍFICO DE LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

En didáctica de la matemática, suele haber una determinada manera de organizar la investigación, en la que se distinguen dos partes relacionadas: una teórica y otra empírica. La teórica se configura utilizando metodologías particulares, ejemplos de estas metodologías son el ‘análisis histórico–epistemológico’ y el ‘análisis de libros de texto’. La parte empírica también toma metodologías particulares, ya sea cuantitativas o cualitativas; un ejemplo de estas últimas es el ‘análisis de tareas’ con o sin entrevista clínica.

### **El análisis histórico epistemológico**

Con el análisis histórico-epistemológico se toman elementos de la historia y de la epistemología de las ideas matemáticas para el provecho de la didáctica de las matemáticas. Hay investigadores que utilizan este tipo de análisis para determinar concepciones y obstáculos ligados al desarrollo de una noción matemática, como herramienta útil para el análisis didáctico de las concepciones y los obstáculos que se pueden presentar en los alumnos. Su hipótesis es que los problemas identificados en el análisis histórico epistemológico pueden guardar paralelismo con los que afrontan los estudiantes cuando están intentando ser competentes en matemáticas.

### **El análisis de los libros de texto**

El investigador en Didáctica de las Matemáticas tiene en los libros de texto y en las investigaciones realizadas una fuente privilegiada de información. Además de informar sobre el estado de la ciencia y de las concepciones dominantes en los distintos momentos de la historia, los libros de texto ayudan a reconstruir los conceptos, a contextualizarlos, a conocer sus diversos acercamientos, a interrogarse sobre la validez de las formas de pensar vigentes en otras épocas, y a buscar los fundamentos de las formas de pensar actuales.

En ellos se puede buscar información sobre:

- Los contenidos seleccionados para la enseñanza. La materialización de los planes, directrices, cuestionarios y programas oficiales. Los enfoques conceptuales, las actividades, problemas, y ejercicios que se utilizan; así como, las secuenciaciones y organizaciones metodológicas.
- La relación del desarrollo de los contenidos de enseñanza en un momento determinado de la historia con sus antecedentes y su proyección en el futuro.
- Problemas de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas y la forma en que han sido abordados.

### **El análisis de tareas**

La resolución de tareas específicas de los temas del currículum de enseñanza permiten obtener descripciones de tipo instantáneo y estáticas, sobre lo que pueden hacer o no

los estudiantes en un momento específico o en diferentes niveles de su desarrollo. Una vez articuladas mediante categorías y clases de actuaciones, estas descripciones se usan para establecer niveles de dificultad asociados con las tareas propuestas, reseñar métodos y estrategias de solución formales e informales, o bien identificar dificultades y errores en la comprensión del conocimiento matemático.

El análisis de tareas requiere de un cuestionario, que se va refinando mediante *pilotajes* sucesivos y de un esquema de interpretación, seguido de la identificación de características comunes y patrones de comportamiento en el desempeño de los alumnos. El esquema se usa para agrupar las respuestas y así facilitar su clasificación en categorías descriptivas del comportamiento, con las que se hacen inferencias para obtener conclusiones finales de la investigación.

## **EPÍLOGO**

En los párrafos anteriores se ha presentado una pincelada de lo que tiene de específico la Didáctica de la Matemática en algunos de sus diversos contextos. Esta pincelada está obviamente incompleta, pero es un primer acercamiento para mostrar los retos que tienen que enfrentar los docentes de la matemática, como matemáticos, como formadores de profesores y cómo investigadores. Asimismo, los rasgos más destacados se han querido señalar aquí que las matemáticas y su didáctica son inseparables, y vislumbrar que como disciplina emergente está lejos de tener todas las respuestas que se le demanda.

Los investigadores noveles tienen aquí un esbozo teórico inicial, que requiere profundización y contextualización local en aquellos aspectos de la disciplina que sean de su interés. Para ellos, con independencia de la didáctica específica a la que se adscriban, solo resta recordarles los principios científicos que guían la investigación.

1. *Plantee preguntas significativas que se pueden investigar empíricamente*
2. *Conecte la investigación a la teoría relevante*
3. *Utilice los métodos que permiten la investigación directa de la pregunta*
4. *Proporcione una cadena coherente y explícita del razonamiento*
5. *Replique y generalice a través de estudios*
6. *Divulgue la investigación para animar el escrutinio profesional (Kirpatrick, 2007)*

## **Referencias**

Antibi, A. (2000). La motivation en mathématiques: celle du professeur ? celle de l'élève ? *Bulletin de l'APMEP*. 428: 279-284. Ed. Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP). Paris.

- Bauersfeld, H. & Skowronek, H. (1976). Research related to the mathematical learning process, en Athen y Kunle, (eds), *Proceedings of the Third International Congress on Mathematica*. 231-245. Karlsruhe, RFA,
- Bishop. A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural. Temas de educación*. Barcelona. Paidós. 1991.
- Brousseau, G. (1991). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (2ª parte). *Enseñanza de las ciencias*, 9(1): 10-21
- Davis, P. J. Y Hersh, R. (1989). *El sueño de Descartes. El mundo según las matemáticas*. MEC. Labor. Barcelona.
- Hitt, F. (2001). El papel de los esquemas, las conexiones y las representaciones internas y externas dentro de un proyecto de investigación en educación matemática, en Pedro Gómez y Luis Rico (eds.). *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. 165-178. Granada. Universidad de Granada,
- Kieran, C. & Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las ciencias*. 7(3): 229-240.
- Klein, Félix (1908). *Matemática elemental desde un punto de vista superior*. Vol I. Aritmética-Algebra-Análisis. Madrid: Nuevas Gráficas.
- Kirpatrick, J. (2007). *Criterios de calidad en la investigación en educación Matemática*. Ponencia no publicada presentada en la Reunión sobre Indicadores de Calidad. Universidad de Valencia. Septiembre
- Laborde, C. (1992). *Audacia y razón de las investigaciones francesas en didáctica de las matemáticas*, en R. Cambray; E. Sánchez y G. Zubieta (Eds.): *Antología en Educación matemática. Educación matemática 1*. Grupo de estudios sobre enseñanza de las matemáticas en el bachillerato. Sección de Matemática Educativa. 167-180. CINVESTAV. México, D. F.
- Schoenfeld, A. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behaviour, en R. Cambray; E. Sánchez y G. Zubieta (Eds.): *Antología en Educación matemática. Educación matemática 1*. Grupo de estudios sobre enseñanza de las matemáticas en el bachillerato. Sección de matemática educativa. 53-76. CINVESTAV. México, D. F.