

ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE PENDIENTE EN EL CONTEXTO EDUCATIVO

TEACHING THE CONCEPT OF SLOPE IN THE EDUCATIONAL CONTEXT

Braydher Ricardo Romero Argüello ¹
brromeroa@ut.edu.co

Resumen

Este artículo es producto de la recolección, selección y análisis de trabajos de investigación relacionados con: a) el concepto de pendiente y b) la enseñabilidad del concepto de pendiente. El objetivo principal es presentar un estado del arte que permita reconocer: 1) los campos semánticos a los que tiene relación el término 2) sus autores más representativos y 3) las propuestas didácticas exitosas que han optimizado la comprensión de este concepto. El método utilizado fue el teórico descriptivo, en tanto que se realizó una revisión bibliográfica que permitió organizar, en una base de datos, la información a analizar a fin de responder al objetivo propuesto. Fue así como se revisaron los postulados de Stump (1999, 2001) y Moore-Russo et al. (2011) logrando identificar 11 concepciones de pendiente que se agrupan en dos campos semánticos desde los cuales pensarse secuencias didácticas. De esta manera, uno de los hallazgos más interesante tiene que ver con las pocas investigaciones que se han concentrado en estudiar el concepto de pendiente en el contexto educativo, lo que dificulta encontrarse con secuencias didácticas que le apuesten a la comprensión de este término.

Palabras clave: Concepciones, pendiente, enseñanza

Abstract

This article is the result of the collection, selection and analysis of research works related to: a) the concept of slope and b) the teachability of the concept of slope. The main objective is to present a state of the art that allows us to recognize: 1) the semantic fields to which the term is related, to 2) its most representative authors, and 3) the successful didactic proposals that have optimized the understanding of this concept. The method used was the descriptive theoretical one, since a bibliographic review was carried out to organize, in a database, the information to be analyzed in order to respond to the proposed objective. Thus, the postulates of Stump (1999, 2001) and Moore-Russo et al. (2011) were reviewed, achieving to identify 11 conceptions of slope that are grouped into two semantic fields from which to think about didactic sequences. Thus, one of the most interesting findings has to do with the few investigations that have focused on studying the concept of slope in the educational context, which makes it difficult to find didactic sequences that focus on the understanding of this term.

Key words: conceptions, slope, teaching

Introducción

Este artículo de revisión aborda algunos conocimientos sobre las concepciones de pendiente de funciones lineales en dos momentos: 1) desde un fundamento teórico matemático y 2) su uso o aplicabilidad en el contexto de la enseñanza en estudiantes de secundaria. Lo anterior, teniendo en cuenta que este concepto, según la normativa educativa nacional (Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias,

DBA) debe trabajarse desde la básica primaria y profundizarse en la básica secundaria y media con el objetivo de lograr su comprensión y aplicación en contextos cotidianos.

El término “pendiente” puede interpretarse desde diferentes contextos. Por ejemplo, en una carretera inclinada se utiliza el término “pendiente” para referirse al grado de inclinación. En la jerga común se emplea este mismo término para hacer referencia a un asunto

1. Estudiante en Maestría en Educación Universidad del Tolima

que no se ha resuelto o invitar a estar alerta a que suceda. Es así como su amplio contexto semántico, en ocasiones, representa un obstáculo en la comprensión del concepto por parte de los estudiantes en el área de matemáticas.

Este trabajo de revisión centra su propósito en determinar el estado de la enseñanza del concepto de pendiente a partir de una revisión bibliográfica exhaustiva que permita vislumbrar los estudios que han permitido consolidar el concepto de pendiente desde su campo semántico. De esta manera, se inicia por identificar y analizar diferentes artículos de investigación que reposan en bases de datos como: Researchgate, Eric y Scielo a fin de evaluar su aporte al objetivo de esta revisión. Producto del ejercicio, se espera aportar a la investigación de la enseñabilidad del concepto de pendiente resaltando los principales focos de actuación del término y las acciones pedagógicas exitosas que permitieron su aprendizaje en contextos educativos.

Método

Atendiendo a la metodología teórica descriptiva de tipo documental, se realizó un procedimiento investigativo a partir de 4 fases: rastreo, organización, sistematización y análisis de un conjunto de artículos producto de investigaciones alrededor del concepto de pendiente y su enseñabilidad realizadas entre el 2010 y el 2020 que reposan en las bases de Researchgate, Eric y Scielo.

Las unidades de análisis fueron los artículos, como criterios de búsqueda se incluyeron: 1) el tiempo de realización de la investigación del 2010 y el 2020, 2) el abordaje del concepto de pendiente en matemáticas y 3) la relación del concepto de pendiente con el contexto educativo. Al realizar la búsqueda en cada una de las bases de datos citadas se preseleccionaron 15 artículos, de los cuales se escogieron cinco, en la medida en que se ajustaban mayormente a los criterios anteriormente señalados.

Para la organización y sistematización fue necesario crear una matriz en Excel con las siguientes categorías de análisis: siglas de la investigación, año, título del artículo, autor, revista, problema de investigación, objetivos, tipo de investigación, método, resultados y núcleo temático. De esta manera, se procedió al análisis de cada uno de los núcleos temáticos que fueron emergiendo del proceso de revisión, dando lugar a la agrupación de dos campos semánticos desde

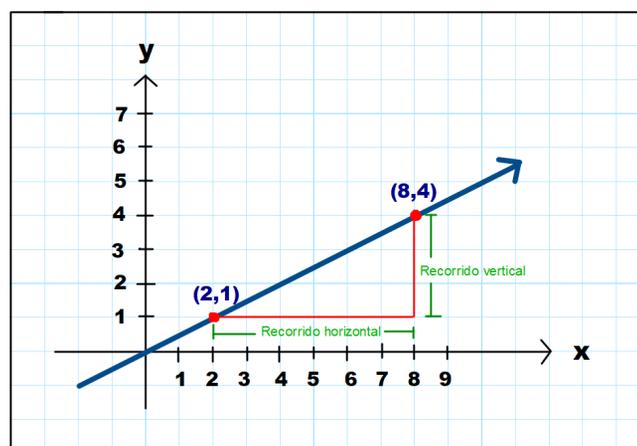
los cuales se ha utilizado el concepto de pendiente, a saber: Variación y cambio y, propiedades geométricas. Finalmente, fue posible analizar la relación de estos campos semánticos con el contexto educativos y las propuestas didácticas para su enseñanza y aprendizaje.

Desarrollo

La pendiente es un concepto universal en los currículos de matemáticas que se introduce como pre-saber para el desarrollo de las funciones lineales o en la descripción del comportamiento de una curva en el cálculo diferencial. Aunque la pendiente es tratada como un tema secundario en matemáticas, Moore-Russo, Conner y Rug (2011) precisan que este concepto tiene la peculiaridad de ser conocido, pero poco entendido.

El concepto de pendiente se empezó a emplear formalmente por el matemático René Descartes quien definió la pendiente de una línea recta. La fórmula que hoy conocemos como: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ Descartes R. (1595-1650), donde m representará la pendiente, $(y_2 - y_1)$ representa el recorrido vertical y $(x_2 - x_1)$ el recorrido horizontal en el plano cartesiano. A continuación, se presenta una ilustración que permite visualizar de forma gráfica la fórmula anterior.

Figura 1. Concepción geométrica de pendiente



Fuente: autor (2021)

La pendiente es un concepto directamente relacionado con el concepto de función lineal. Intuitivamente representa una comparación multiplicativa entre el aumento de la variable dependiente (y) y el aumento de la variable independiente (x). En el sentido estrictamente matemático, dada la función lineal $y = mx + b$ y los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) ,

(x_2, y_2) que pasan por la misma recta, la pendiente (m) está dada por $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$. Geométricamente, la pendiente representa el grado de inclinación de la recta cuando se grafica en el plano cartesiano.

La concepción geométrica de pendiente no es la única forma de representación de este concepto. En la literatura académica se encuentran múltiples investigaciones sobre las distintas concepciones. Por ejemplo, Rivera y Flores (2017) categorizan las concepciones de pendiente propuestas por Stump (1999) y Moore-Russo, Conner y Rugg (2011), dividiéndolas en dos grupos: Variación

y cambio, y propiedades geométricas.

Análisis y discusión

En el párrafo anterior se puede observar que la pendiente no tiene una única forma de interpretación. Es así como la pendiente de una función lineal se puede representar en términos geométricos, algebraicos, físicos, trigonométricos, funcionales y de razón. (Stump, 2001, citado por Birgin, 2012 p.4). Los siguientes grupos de concepciones de la pendiente fueron propuestos por Stump (1999, 2001) y complementados por Moore-Russo et al. (2011):

Tabla 1. Concepciones ligadas a la variación y el cambio

Concepción	Descripción
Razón algebraica	$\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ o } \frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$ cambio en x , razón con una expresión algebraica
Razón Geométrica	La razón de desplazamiento vertical y desplazamiento horizontal en la gráfica de una línea.
Propiedad Funcional	Razón de cambio constante entre las variables o dos cantidades; a veces se observa en las respuestas que implican razones relacionadas o constantes de proporcionalidad.
Situación Mundo-Real	Situación física, estática o dinámica, situación funcional (por ejemplo: una rampa, distancia en función del tiempo).
Indicador de comportamiento	Número real con signo que indica crecimiento (+), decrecimiento (-), tendencia horizontal de la línea (0). Si no es cero, indica la intersección con el eje x .

Fuente: Rivera y Flores (2017)

Tabla 2. Concepciones ligadas a las propiedades geométricas

Concepción	Descripción
Propiedad Física	Propiedad de una línea utilizando descripciones o expresiones como grado, inclinación, tendencia, ladeo, declive, etc.
Coefficiente Paramétrico	Coefficiente m (o su valor numérico) en $y = mx + b$ ó $y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$
Concepción Trigonométrica	Propiedad relacionada con el ángulo de una línea que hace con una línea horizontal; tangente del ángulo de inclinación.
Concepción en cálculo	Medida relacionada con la derivada como la pendiente de la tangente a una curva, de una línea secante, o cómo razón de cambio instantánea para cualquier función (incluso una no lineal).
Determinador de propiedad	Propiedad que determina si las rectas son paralelas o perpendiculares; propiedad con la que se puede determinar una recta si se da un punto.
Constante Lineal	Propiedad constante y única para las rectas; "recta" o "rectitud" de una línea que no es afectada por la traslación. Es una propiedad constante, independiente de la región del gráfico lineal que se está considerando, es decir que cualesquiera dos puntos determina la pendiente.

Fuente: Rivera y Flores (2017)

Por otro lado, cuando hablamos de enseñanza-aprendizaje de pendiente, Stump (1999) encontró dificultades en la comprensión debido a que los docentes, durante sus prácticas pedagógicas no involucran conexiones adecuadas entre las concepciones de pendiente descritas anteriormente, lo encontrado expone que los docentes perciben el concepto desconectado y hacen referencia a vacíos en la comprensión de pendiente. Además, Stump (1999)

señaló que los maestros expresaron su preocupación por la comprensión de la pendiente de los estudiantes, pero las dificultades que identificaron se centraron en los procedimientos para determinar la pendiente en lugar de desarrollar nociones conceptuales de pendiente. Lo que demuestra y confirma una enseñanza tradicional, que prima el uso de algoritmos y la manipulación de expresiones algebraicas descontextualizadas (Agudelo, 2002).

Del mismo modo, Cho y Nagle (2017) realizaron el análisis de los errores de estudiantes en tareas rutinarias de pendiente, encontrado que: al vincular las conceptualizaciones de razón algebraica, geométrica y propiedad funcional, los estudiantes no logran interpretar la covariación de la razón de cambio, solo determinan la proporción de sus variables individual. Además, algunos estudiantes cometen errores en la manipulación de expresiones algebraicas y el uso variable para interpretar situaciones de cambio.

Respecto a la imagen conceptual y la definición de pendiente mediante el uso de concepciones. Hoffman (2015) durante su investigación con profesores de secundaria encontró que: los maestros se basaron en algunas concepciones para desarrollar sus tareas. Algunas de estas se utilizaron repetidamente, mientras que otras ni se aplicaron. Esto le permitió determinar qué imagen concepto tenían los profesores y cuáles aún no habían desarrollado una comprensión matemática.

Finalmente, en la revisión de las propuestas didácticas que trabajan las relaciones entre las concepciones de los estudiantes. González y Cantoral (2013) propone el uso de GeoGebra para el aprendizaje de la pendiente, donde pretende que el estudiante visualice, manipule y emplee sus propias herramientas en el entorno del software (GeoGebra), tomando como referencias fenómenos físicos cotidianos.

Conclusión

El concepto de pendiente es considerado en la formación matemática de los estudiantes, en la medida que es base de otros conceptos esenciales tanto en la educación inicial como en la superior. Esta revisión permitió encontrar dos campos semánticos que se asocian a este término (Variación y cambio y, Propiedades geométricas). Sin embargo, en las prácticas educativas

actuales se encuentra dentro de su enseñabilidad que solo están relacionados con el uso de la razón algebraica, geométrica y el coeficiente paramétrico cuyo fin es la relación con la función lineal. Por lo tanto, la comprensión del uso de coordenadas, la manipulación de variables y su aplicación en la fórmula son el único camino para determina el valor de la pendiente. Lo cual lleva a pensar que el concepto es solo un algoritmo que no necesita interpretar o conectar con sus diferentes concepciones.

Las investigaciones encontradas revelan algunos errores y dificultades en estudiantes en la comprensión del concepto de pendiente, principalmente referidas a la falta de relación entre las concepciones. También, los errores están dados a la manipulación de variables en expresiones algebraicas que inciden la comprensión de la propiedad funcional y su razón de cambio entre la covariación de magnitudes.

En la literatura académica se han encontrado propuestas didácticas que fomentan la enseñanza de pendiente a través de aplicaciones virtuales. Sin embargo, hay carencia de propuestas didácticas que relacionen los grupos de la variación y el cambio y las propiedades geométricas; de tal manera que aporten a la construcción del concepto, respondiendo a la necesidad de conectar al menos 8 de las 11 concepciones que deberían trabajar los estudiantes durante la secundaria.

Respecto a la aplicación del concepto de pendiente en la vida real, se encuentran múltiples contextos donde se evidencia la necesidad de conectar las concepciones con prácticas vivenciales. Las secuencias didácticas que llevan al estudiante a reconocer situaciones del mundo físico e interpretar propiedades geométricas permitirían hacer conexiones para la construcción del concepto en cuestión, y serían apuestas efectivas para mejorar las practicas pedagógicas en matemáticas.

Referencias

- Agudelo-Valderrama, C. (2002). Promoción del pensamiento algebraico en la escuela primaria: una propuesta que cobra sentido de acuerdo con nuestras concepciones obre el conocimiento matemático. *Aula Urbana*, 37.
- Birgin, O. (2012). Investigación de la comprensión de los estudiantes de octavo grado de la pendiente de la función lineal, *Bolema Boletim de Educação Matemática* (26), 139-162. Recuperado de: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/DmXxWc4GPD6kYPXxdzkXHhR/?lang=es>

- Cho y Nagle (2017) AN ANALYSIS OF STUDENTS' MISTAKES ON ROUTINE SLOPE TASKS, North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Recuperado de: <https://eric.ed.gov/?id=ED581345>
- González, A. y Cantoral, R., (2013). Una propuesta de aprendizaje para la pendiente con el uso de GEOGEBRA. México. Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/33252619.pdf>
- Hoffman, T. (2015). CONCEPT IMAGE OF SLOPE: UNDERSTANDING MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' PERSPECTIVE THROUGH TASK BASED INTERVIEWS. Unc Charlotte Electronic Theses And Dissertations. Recuperado de: <https://ninercommons.uncc.edu/islandora/object/etd%3A1784>
- Moore-Russo, D.; Conner, A. y Rugg, K. (2011). Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational Studies in Mathematics*, 76 (1), 3–21. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/226256573_Can_slope_be_negative_in_3-space_Studying_concept_image_of_slope_through_collective_definition_construction
- MEN (1998). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles340021_recurso_1.pdf
- Rivera, M. y Flores, C. (2017). *Concepciones de la pendiente en el currículum oficial de la educación básica*. México: Universidad Autónoma de Guerrero. Recuperado de: <http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v14/doc/2566.pdf>
- Stump, S. (1999). Secondary mathematics teachers' knowledge of slope. *Mathematics Education Research Journal*, 11(2), 124–144. Recuperado de: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF03217065>
- Stump, S. (1997). Secondary mathematics teachers' knowledge of the concept of slope. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago, IL. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 408193). Recuperado de: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED408193.pdf>
- Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*. 77, 20-26 Recuperado de: <http://www.davidtall.com/skemp/pdfs/instrumental-relational.pdf>