

El Alfabeto Lógico de Zellweger

Zellweger's Logic Alphabet

Oscar Abel Cardona-Hurtado¹

Resumen. Una de las notaciones más importantes para los conectivos proposicionales binarios fue creada en 1953 por Shea Zellweger. Este sistema, denominado Alfabeto Lógico, posee diversas propiedades lógicas, algebraicas y geométricas de las cuales no goza la notación tradicional. Además de varias propiedades individuales y de múltiples relaciones entre los conectivos, las simetrías del sistema completo de los conectivos proposicionales binarios se evidencian de manera visual en los signos propuestos por Zellweger.

Palabras clave: Shea Zellweger, conectivo proposicional, tabla de verdad, operación, simetría.

Abstract. One of the most important notations for the binary propositional connectives was created in 1953 by Shea Zellweger. This system, called Logic Alphabet has several the logical, algebraic and geometric properties which does not enjoy the usual notation. Besides several individual properties and numerous relations between connectives, the

¹Profesor de cátedra, Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad del Tolima

symmetries of the complete system of connectives are visually reflected in the signs proposed by Zellweger.

Keywords: Shea Zellweger, propositional connective, truth table, operation, symmetry.

1. Introducción

El cálculo proposicional clásico se caracteriza por el uso de ciertos conectivos lógicos que sirven para indicar un nexo entre proposiciones, generando así expresiones compuestas. En las presentaciones usuales se tienen en cuenta la negación, la conjunción, la disyunción, la implicación y la equivalencia. Dado que en la lógica clásica solo se consideran dos valores de verdad, estos conectivos se pueden definir mediante las llamadas tablas de verdad que se muestran a continuación.

A	$\sim A$
V	F
F	V

Tabla 1. Tabla de verdad de la negación.

$A \ B$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
$V \ V$	V	V	V	V
$V \ F$	F	V	F	F
$F \ V$	F	V	V	F
$F \ F$	F	F	V	V

Tabla 2. Tablas de verdad conectivos binarios notación usual.

En realidad existen más conectivos binarios, que no se consideran en las presentaciones tradicionales. Puesto que la tabla de verdad de tal conectivo consta de cuatro renglones, cada uno de los cuales puede ser V o bien F , es fácil ver que en la lógica clásica existen 16 conectivos binarios. Quizás en los estudios comunes se ha desechado la mayoría de ellos porque cada uno se puede obtener como combinación de unos pocos como la conjunción y la negación (Caicedo, 1989; García y Gómez, 2002; Oostra, 2004).

Sin embargo, a lo largo del siglo XX fueron propuestos diversos sistemas de signos para todos los 16 conectivos binarios. Estas notaciones casi desconocidas se pueden clasificar de manera un poco burda en alfabéticas y diagramáticas. En las primeras cada conectivo es representado por una letra, como es el caso de la notación polaca; en las segundas, a cada conectivo se le asigna un dibujo que, en los mejores casos, esconde la tabla de verdad correspondiente, como ocurre en la notación presentada en 1902 por el genio Charles S. Peirce (Clark, 1997; García, Gómez y Oostra, 2001; García y Gómez, 2002; Oostra, 2001; Oostra, 2003; Oostra, 2004). Hasta ahora, la única notación

conocida que combina de manera armónica las dos características mencionadas es la propuesta por Shea Zellweger (Zellweger, 1997).

En 1962 el psicólogo y lógico norteamericano Shea Zellweger (nacido en 1925) formalizó la notación que había inventado casi una década antes, y a la que denominó Alfabeto Lógico (Cardona, 2010; Clark, 1997; Clark y Zellweger, 1993; Granados y aya, 2010; Oostra, 2004; Zellweger, 1997). Esta se puede considerar por muchos motivos una de las mejores simbologías para los conectivos binarios. En primer lugar, porque ella considera los 16 conectivos existentes. En la notación tradicional, al negar un conectivo se obtiene una tabla de verdad cuyo conectivo no tiene signo: por ejemplo, la negación de la implicación carece de símbolo propio. El hecho de que en una notación sean tenidos en cuenta todos los 16 conectivos da lugar a interesantes problemas matemáticos que ni siquiera se pueden plantear para la notación usual. Por otro lado, el Alfabeto Lógico se destaca por la simetría e iconicidad de sus símbolos. Esto significa que diferentes operaciones lógicas se traducen en movimientos y características de los símbolos empleados. Finalmente, en esta notación cada signo tiene un nombre que lo identifica. En esto difiere de las notaciones geométricas puras, donde cada signo es un extraño dibujo que no se puede asociar con palabra o letra alguna.

Desafortunadamente, el Alfabeto Lógico es una notación poco conocida por la comunidad académica a pesar de tener un gran potencial por explotar (Clark, 1997; Clark y Zellweger, 1993; Farias y Queiroz, 2001). Según palabras de Shea Zellweger, un cambio de la notación usual a la propuesta por él podría compararse con el cambio de la numeración romana para los números enteros a la arábiga (Zellweger, 1997). El objetivo de este escrito es presentar la notación para los conectivos binarios denominada Alfabeto Lógico y resaltar algunas propiedades lógicas y geométricas que se satisfacen en ella y

que, en contraste, no sería posible desarrollar en la notación usual. De esta manera, se espera hacer una contribución para que la notación propuesta por Shea Zellweger sea cada vez conocida por más personas y el gran potencial que posee sea explotado.

2. Construcción del Alfabeto Lógico

La idea de Zellweger para la construcción del Alfabeto Lógico consiste en tres pasos. En primer lugar, se considera un cuadrado rotulado en sus vértices como se muestra en la figura siguiente.

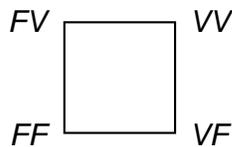


Figura 1. Cuadrado rotulado en los cuatro vértices.

Los valores de verdad asignados a los vértices se pueden relacionar con los signos de las parejas ordenadas en los cuadrantes del plano cartesiano. Así, la figura anterior se puede hacer coincidir con el cuadrado con vértices $(1,1)$, $(1,-1)$, $(-1,1)$ y $(-1,-1)$ identificando el valor positivo 1 con V y el negativo -1 con F .

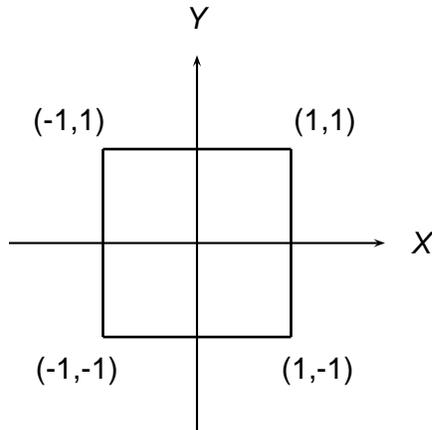


Figura 2. Plano cartesiano y vértices del cuadrado.

El segundo paso consiste en asociar a cada conectivo un dibujo, demarcando con un punto grueso únicamente los vértices correspondientes a combinaciones de valores de verdad verdaderas. Por ejemplo, el conectivo de la conjunción solo es verdadero en la combinación VV , luego se le asocia el diagrama que sigue.

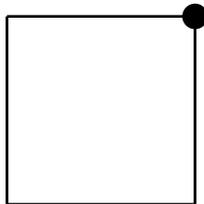


Figura 3. Cuadrado con vértice demarcado.

De esta manera se obtienen 16 posibles dibujos de cuadrados con algunos vértices demarcados.

En la tercera etapa de construcción, Zellweger propone asociar a cada diagrama una letra minúscula del alfabeto occidental, haciendo corresponder “extremidades” de la letra

a los vértices demarcados. Por ejemplo, al diagrama de la conjunción se asocia una letra que tiene una “extremidad” en el vértice superior derecho, es la letra siguiente.



Figura 4. Letra asociada al cuadrado demarcado.

De manera similar e inmediata se asignan letras a 14 de los conectivos. A los dos faltantes se asignan variantes naturales de las letras conocidas. En la siguiente tabla se presentan los 16 conectivos binarios en la notación propuesta por Zellweger.

<i>A B</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<i>V V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>V F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>F V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>F F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>
	<i>o</i>	<i>p</i>	<i>b</i>	<i>q</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>u</i>	<i>s</i>	<i>z</i>	<i>n</i>	<i>o</i>	<i>h</i>	<i>μ</i>	<i>rl</i>	<i>y</i>	<i>x</i>

Tabla 3. El Alfabeto Lógico de Shea Zellweger.

Al conectivo 11 se le asigna el signo \supset llamado “ce inversa” y al 14 se asigna la “hache inversa” \neg . El signo del conectivo 13 se identifica con la letra griega μ y se puede llamar “eme”. Como curiosidad, vale la pena destacar que los conectivos centrales 8 y 9 llevan las iniciales del creador de esta simbología.

3. Algunas propiedades del Alfabeto Lógico

La notación propuesta por Zellweger presenta interesantes propiedades que se relacionarán a continuación.

3.1. Notación completa

A diferencia de la notación tradicional, en la cual se estudian 4 o 5 conectivos, en la notación propuesta por Shea Zellweger son tenidos en cuenta todos los 16 conectivos binarios existentes. La importancia de este hecho se verá reflejada en las secciones posteriores.

Por otro lado, como su nombre lo indica, en el Alfabeto Lógico cada conectivo es asociado a una letra del alfabeto occidental. Por tanto, cada uno de ellos adquiere un nombre de manera natural. Esta característica hace que la notación de Zellweger aventaje a todas las notaciones completas conocidas, incluida la primera que fue propuesta por Charles Peirce (Cardona, 2010; Clark, 1997; García, Gómez y Oostra, 2001; Oostra, 2003; Oostra, 2004).

3.2. Iconicidad

Así como de la tabla de verdad del conectivo se pasa al cuadrado con vértices demarcados, y luego del cuadrado al signo, al invertir el proceso los signos se convierten en íconos de sus respectivos conectivos. En esta notación, en realidad el signo es la tabla de verdad del conectivo. Esta característica es la que en la teoría general de los signos propuesta por Charles Peirce se llama iconicidad. En este caso, esto implica que no es necesario memorizar las tablas de verdad de los conectivos como ocurre en la notación usual. En efecto, el signo mismo indica el valor de verdad correspondiente a cada combinación. Por ejemplo, en la expresión $A \text{ h } B$: si las proposiciones A y B son ambas verdaderas, la combinación VV corresponde a la esquina superior derecha donde la letra h no tiene extremidad, luego la combinación es falsa; en otro caso, si la proposición A es F y la B es V , la combinación FV corresponde a la esquina superior izquierda y como la letra tiene allí una extremidad, la combinación es V .

A continuación se elabora la tabla de verdad correspondiente a la fórmula $A \text{ h } (B \text{ s } A)$.

A	B	$B \text{ s } A$	$A \text{ h } (B \text{ s } A)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Tabla 4. Tabla de verdad de una fórmula con dos letras.

Sigue la tabla de verdad de la fórmula $\sim(A \text{ u } D) \text{ z } (E \text{ n } A)$, aquí \sim denota la negación.

A	E	D	$A \cup D$	$\sim(A \cup D)$	$E \cap A$	$\sim(A \cup D) \cap (E \cap A)$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	F	V	F	V
V	F	V	V	F	F	F
V	F	F	F	V	F	V
F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V

Tabla 5. Tabla de verdad de una fórmula con tres letras.

3.3. Álgebra

Con el surgimiento del sistema de numeración árabe y sus ventajas como la eficacia para realizar de manera rápida operaciones aritméticas, su facilidad para la lectura y escritura, entre otras, este relegó a un segundo plano el sistema de números romanos. A partir de entonces estos últimos solo son utilizados para labores decorativas como enumerar los siglos, los actos y las escenas de una obra de teatro, los capítulos de una obra escrita, o los nombres de ciertos personajes como reyes, emperadores y papas. Según Shea Zellweger, con su notación pasará algo similar a lo que ocurrió en su momento con el sistema de números árabes. Es decir, que debido a las limitaciones que posee la notación usual, el Alfabeto Lógico está llamado a ser una notación reinante de cara al futuro, gracias a sus múltiples bondades (Clark, 1997; Clark y Zellweger, 1993; Oostra,

2002; Oostra, 2003; Zellweger, 1997; Zellweger, 2008).

Con los números enteros son estudiadas 4 operaciones básicas: adición (+), sustracción (-), multiplicación (\times) y división (\div). De manera similar, con el Alfabeto Lógico el mismo Shea Zellweger propone las operaciones lógicas $R1$, $R2$, $R3$ y $R4$ (zellweger, 1997). A continuación se definen las cuatro operaciones mencionadas, dando un ejemplo en cada caso. Aquí $*$ es un conectivo binario cualquiera que relaciona dos proposiciones A y B , mientras \sim de nuevo denota la negación.

- $R1(A * B) = (\sim A) * B$
- $R2(A * B) = A (\sim *) B$
- $R3(A * B) = A * (\sim B)$
- $R4(A * B) = B * A$

Sigue un ejemplo para cada caso.

- $R1$ actúa así sobre el conectivo ρ :

<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><th style="padding: 2px 10px;">A</th><th style="padding: 2px 10px;">ρ</th><th style="padding: 2px 10px;">B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">V</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">V</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">V</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td></tr> </table>	A	ρ	B	V	F	V	V	F	F	F	F	V	F	V	F	$\xrightarrow{R1}$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><th style="padding: 2px 10px;">$\sim A$</th><th style="padding: 2px 10px;">ρ</th><th style="padding: 2px 10px;">B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">V</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">V</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">V</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td></tr> </table>	$\sim A$	ρ	B	F	F	V	F	V	F	V	F	V	V	F	F	=	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><th style="padding: 2px 10px;">A</th><th style="padding: 2px 10px;">q</th><th style="padding: 2px 10px;">B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">V</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">V</td><td style="padding: 2px 10px;">V</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td><td style="padding: 2px 10px;">F</td></tr> </table>	A	q	B	V	F	V	V	V	F	F	F	V	F	F	F
A	ρ	B																																															
V	F	V																																															
V	F	F																																															
F	F	V																																															
F	V	F																																															
$\sim A$	ρ	B																																															
F	F	V																																															
F	V	F																																															
V	F	V																																															
V	F	F																																															
A	q	B																																															
V	F	V																																															
V	V	F																																															
F	F	V																																															
F	F	F																																															

Es decir, $\rho \xrightarrow{R1} q$, o de otra manera, $R1(\rho) = q$.

- Ahora, R_2 sobre h produce:

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th style="padding: 2px;">A</th><th style="padding: 2px;">h</th><th style="padding: 2px;">B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> </table>	A	h	B	V	F	V	V	V	F	F	V	V	F	V	F	$\xrightarrow{R_2}$	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th style="padding: 2px;">A</th><th style="padding: 2px;">~h</th><th style="padding: 2px;">B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> </table>	A	~h	B	V	V	V	V	F	F	F	F	V	F	F	F	=	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th style="padding: 2px;">A</th><th style="padding: 2px;">d</th><th style="padding: 2px;">B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> </table>	A	d	B	V	V	V	V	F	F	F	F	V	F	F	F
A	h	B																																															
V	F	V																																															
V	V	F																																															
F	V	V																																															
F	V	F																																															
A	~h	B																																															
V	V	V																																															
V	F	F																																															
F	F	V																																															
F	F	F																																															
A	d	B																																															
V	V	V																																															
V	F	F																																															
F	F	V																																															
F	F	F																																															

Así, $R_2(h) = d$.

- Aplicar R_3 sobre \cap conduce a:

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th style="padding: 2px;">A</th><th style="padding: 2px;">∩</th><th style="padding: 2px;">B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> </table>	A	∩	B	V	F	V	V	V	F	F	F	V	F	V	F	$\xrightarrow{R_3}$	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th style="padding: 2px;">A</th><th style="padding: 2px;">∩</th><th style="padding: 2px;">~B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> </table>	A	∩	~B	V	V	F	V	F	V	F	V	F	F	F	V	=	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th style="padding: 2px;">A</th><th style="padding: 2px;">∪</th><th style="padding: 2px;">B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> </table>	A	∪	B	V	V	V	V	F	F	F	V	V	F	F	F
A	∩	B																																															
V	F	V																																															
V	V	F																																															
F	F	V																																															
F	V	F																																															
A	∩	~B																																															
V	V	F																																															
V	F	V																																															
F	V	F																																															
F	F	V																																															
A	∪	B																																															
V	V	V																																															
V	F	F																																															
F	V	V																																															
F	F	F																																															

Luego, $\cap \xrightarrow{R_3} \cup$.

- Por último, R_4 tiene el siguiente efecto sobre S .

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th style="padding: 2px;">A</th><th style="padding: 2px;">S</th><th style="padding: 2px;">B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> </table>	A	S	B	V	V	V	V	F	F	F	F	V	F	V	F	$\xrightarrow{R_4}$	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th style="padding: 2px;">B</th><th style="padding: 2px;">S</th><th style="padding: 2px;">A</th></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> </table>	B	S	A	V	V	V	F	F	V	V	F	F	F	V	F	=	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><th style="padding: 2px;">A</th><th style="padding: 2px;">S</th><th style="padding: 2px;">B</th></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">F</td><td style="padding: 2px;">V</td><td style="padding: 2px;">F</td></tr> </table>	A	S	B	V	V	V	V	F	F	F	F	V	F	V	F
A	S	B																																															
V	V	V																																															
V	F	F																																															
F	F	V																																															
F	V	F																																															
B	S	A																																															
V	V	V																																															
F	F	V																																															
V	F	F																																															
F	V	F																																															
A	S	B																																															
V	V	V																																															
V	F	F																																															
F	F	V																																															
F	V	F																																															

De esta forma, $R_4(S) = S$.

Nótese que al aplicar cualquiera de las cuatro operaciones a una fórmula $A * B$, el resultado obtenido es la tabla de verdad de uno de los 16 conectivos binarios. Esto no

ocurre en la notación usual, por ejemplo, al negar la fórmula $A \wedge B$ se obtiene una tabla de verdad para la cual no existe un conectivo en dicho sistema.

3.4. Simetrías

En los cuatro ejemplos presentados anteriormente, es posible observar que las operaciones $R1$, $R2$, $R3$ y $R4$ inducen ciertos movimientos en los signos. Uno de los descubrimientos más tempranos y básicos de Shea Zellweger es que, en su notación, la operación $R1$ o “negar el antecedente” corresponde a una reflexión “derecha/izquierda” del signo que representa el conectivo. De hecho, esto se puede verificar con facilidad de manera teórica.

En general, los movimientos posibles de los signos se observan con mayor claridad en los cuadrados con esquinas marcadas que los determinan (véanse las dos últimas filas de la tabla 3). Para precisar el efecto de las operaciones sobre estas figuras se vuelve al cuadrado básico en el plano, donde el eje vertical une los puntos medios de sus lados superior e inferior mientras el eje horizontal une los puntos medios de los lados derecho e izquierdo. Se conviene que la diagonal ascendente es aquella que une los vértices inferior izquierdo y superior derecho, mientras la diagonal descendente une los vértices superior izquierdo e inferior derecho.

Es fácil observar que el efecto de las operaciones sobre los cuadrados es el siguiente.

- $R1$ equivale a una reflexión sobre el eje vertical
- $R2$ corresponde al “complemento” en los vértices marcados

- $R3$ equivale a una reflexión sobre el eje horizontal
- $R4$ corresponde a una reflexión sobre la diagonal ascendente

La combinación de las cuatro operaciones, o movimientos, da lugar a un total de 16 operaciones diferentes. En la tabla que sigue se presentan todas estas operaciones, en la última columna se relacionan los movimientos que resultan. Las combinaciones de operaciones se efectúan de izquierda a derecha, por ejemplo $R1R3$ significa que primero se realiza la operación $R1$ y luego $R3$. La letra I denota la operación idéntica. Por otro lado, las abreviaturas Ref, Rot, Co, EV, EH, DA y DD indican, en ese orden: reflexión, rotación, complemento, eje vertical, eje horizontal, diagonal ascendente y diagonal descendente.

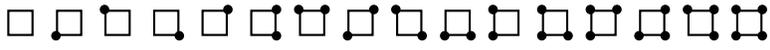
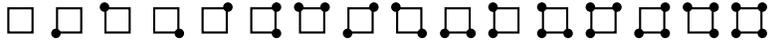
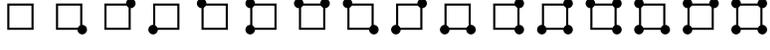
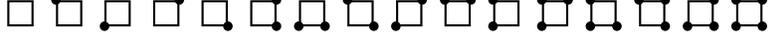
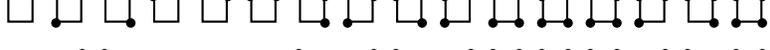
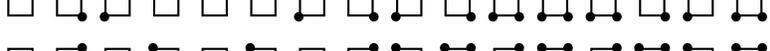
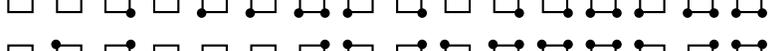
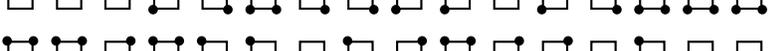
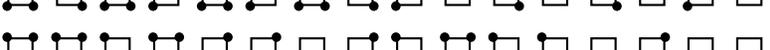
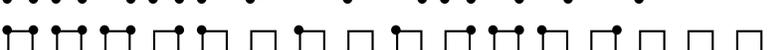
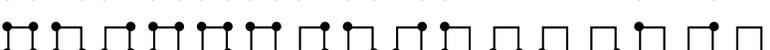
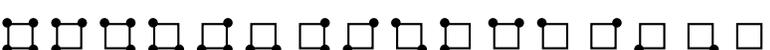
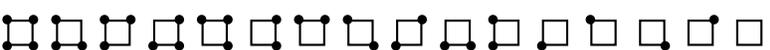
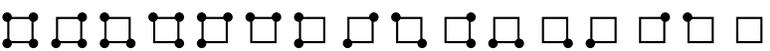
		
<i>I</i>		Reposo
<i>R1</i>		Ref EV
<i>R3</i>		Ref EH
<i>R4</i>		Ref DA
<i>R1R3R4</i>		Ref DD
<i>R3R4</i>		Rot 90 ⁰
<i>R1R3</i>		Rot 180 ⁰
<i>R1R4</i>		Rot 270 ⁰
<i>R2</i>		Co
<i>R1R2</i>		Ref EV + Co
<i>R3R2</i>		Ref EH + Co
<i>R4R2</i>		Ref DA + Co
<i>R1R3R4R2</i>		Ref DD + Co
<i>R3R4R2</i>		Rot 90 ⁰ + Co
<i>R1R3R2</i>		Rot 180 ⁰ + Co
<i>R1R4R2</i>		Rot 270 ⁰ + Co

Tabla 6. Efecto de las operaciones sobre los cuadrados.

En la tabla siguiente se reemplazan los cuadrados por los signos correspondientes en el Alfabeto Lógico de Zellweger. Está claro que los movimientos resultantes son los mismos.

	o p b q d c u s z n o h μ r y x
<i>I</i>	o p b q d c u s z n o h μ r y x
<i>R1</i>	o q d p b o u z s n c r y h μ x
<i>R3</i>	o b p d q c n z s u o μ h y r x
<i>R4</i>	o p q b d u c s z o n h r μ y x
<i>R1R3R4</i>	o d b q p n o s z c u y μ r h x
<i>R3R4</i>	o q p d b u o z s c n r h y μ x
<i>R1R3</i>	o d q b p o n s z u c y r μ h x
<i>R1R4</i>	o b d p q n c z s o u μ y h r x
<i>R2</i>	x y r μ h o n z s u c d q b p o
<i>R1R2</i>	x μ h y r c n s z u o b p d q o
<i>R3R2</i>	x r y h μ o u s z n c q d p b o
<i>R4R2</i>	x y μ r h n o z s c u d b q p o
<i>R1R3R4R2</i>	x h r μ y u c z s o n p q b d o
<i>R3R4R2</i>	x μ y h r n c s z o u b d p q o
<i>R1R3R2</i>	x h μ r y c u z s n o p b q d o
<i>R1R4R2</i>	x r h y μ u o s z c n q p d b o

Tabla 7. Efecto de las operaciones sobre los signos del Alfabeto Lógico.

Esta tabla presenta algunas características notables, entre otras: en cada fila aparecen los 16 signos y ninguno se repite; en cada una de las 8 primeras filas el número de extremidades de los signos va en aumento, en cada una de las 8 últimas filas el número de extremidades va disminuyendo; los 16 signos de cada fila pueden agruparse en subconjuntos preservando el orden 1 4 6 4 1 según el número de extremidades de cada uno;

las columnas encabezadas por las letras S y Z están conformadas solamente por estos dos signos, lo mismo ocurre con las columnas encabezadas por O y X; para terminar, se destaca que las últimas 8 filas son el complemento de las 8 primeras.

De una manera más técnica, se puede demostrar que esta tabla constituye un grupo de 16 elementos (Clark, 1997; García, Gómez y Oostra, 2001; García y Gómez, 2002; Oostra, 2004; Zellweger, 1997). Las simetrías del sistema de los conectivos binarios de la lógica clásica están dadas por los invariantes (Weyl, 1991) de este grupo, y son reveladas por el Alfabeto Lógico en la última tabla.

Conclusiones

El Alfabeto Lógico, como notación propuesta por Shea Zellweger para los conectivos proposicionales binarios, puede considerarse un prototipo de un sistema de signos diagramático y alfabético: cada signo tiene un nombre, una letra del alfabeto, que permite construir el objeto que representa. Las propiedades de los conectivos y las relaciones entre estos se ven reflejadas en los signos; las propiedades del sistema de conectivos se manifiestan en el conjunto de signos. Este sistema no admite comparación con la notación tradicional sino que la supera claramente, más aún, establece un umbral bastante alto que otras notaciones para los conectivos binarios deberán superar o al menos igualar.

Referencias

- Caicedo, X. (1990). Elementos de logica y calculabilidad, bogotá una empresa docente.
- Cardona, O. A. (2010). Álgebra en el alfabeto lógico de zellweger. Master's thesis, (matemáticas). Universidad del Tolima, Ibagué.
- Clark, G. (1997). New light on peirce's iconic notation for the sixteen binary connectives. *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce*, pages 304–333.
- Clark, G., Zellweger, S., et al. (1998). Let the mirrors do the thinking. In *Bridges: Mathematical Connections in Art, Music, and Science*, pages 113–120. Bridges Conference.
- Farias, P. and Queiroz, J. (2001). Sign-design: nuevas estrategias para modelar procesos y estructuras sígnicas. *SIGNA [Revista de la Asociación Española de Semiótica]*, 10:127–147.
- Garcia, M. and Gómez, J. F. (2002). Notación de peirce para los conectivos binarios. Master's thesis, Tesis (matemáticos). Universidad del Tolima, Ibagué.
- Garcia, M., Gómez, J. F., and Oostra, A. (2001). Simetria y lógica: La notación de peirce para los 16 conectivos binarios. *Memorias del XII Encuentro de Geometria y sus Aplicaciones, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá*, pages 1–26.
- Granados, L. and Aya, R. (2010). Acerca de la geometría del alfabeto lógico de shea zellweger. Master's thesis, (Licenciatura en matemáticas). Universidad del Tolima, Ibagué.
- Oostra, A. (2003). Simetria en algunas tablas de cs peirce. *Memorias del XIV Encuentro de Geometria y sus Aplicaciones, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá*.
- Oostra, A. (2004). La notación diagramática de cs peirce para los conectivos proposicionales binarios. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, 28(106):57–70.

Oostra, A. (2010). Acercamiento lógico a peirce. *Boletín de Matemáticas*, 7(2):60–77.

Oostra, A. (2013). Los diagramas de la matemática y la matemática de los diagramas. *Boletín de Matemáticas*, 8(1):1–7.

Weyl, H. (1975). *La simetría*.

Zellweger, S. (1997). Untapped potential in peirceâs iconic notation for the sixteen binary connectives. *Studies in the logic of Charles Peirce*, pages 334–386.

Referencia	Fecha de recepción	Fecha de aprobación
Oscar Abel Cardona-Hurtado. Alfabeto Logico de Zellweger. Revista Tumbaga (2014), 9 vol. II,	Día/mes/año 01/08/2014	Día/mes/año 30/10/2014