# Decaimientos no leptónicos de uno a dos cuerpos del mesón *Bc* incluyendo mesones excitados orbitalmente en el estado final

# Leptonic decays no one to two bodies *Bc* meson including orbitally excited mesons in the final state

Ricardo Emilio Castro-Güiza 1\* y José Herman Muñoz-Nungo 2

**Resumen.** En este trabajo, se calcularon las fracciones de decaimiento de procesos débiles de uno a dos cuerpos del mesó n Bc, incluyendo mesones excitados orbitalmente en el estado final a nivel árbol y asumiendo la hipó tesis de factorizació n. Se consideraron los canales  $Bc \to M_1 M_2$ , donde  $M_{1,2}$  son mesones con momento angular orbital l=1 (onda p). Para calcular el elemento de matriz de la transició n hadrónica  $(M(l=1)|J_{\mu}|Bc)$ , se usó la versión mejorada del modelo de *quarks* no relativista de Isgur-Scora-Grinstein-Wise (ISGW2) y la aproximación Covariant Light Front (CLFA).

*Palabras clave*: mesó n *Bc*, mesones excitados orbitalmente, hipótesis de factorizació n, modelo ISGW2, modelo CLFA.

**Abstract.** In this work we have calculated the branching ratios of two body weak decays of the Bc meson, including orbitally excited mesons in the final state, at tree level and assuming the factorization hypothesis. We worked with the  $Bc \rightarrow M_1M_2$  channels, where  $M_{1,2}$  are p wave mesons. To calculate the matrix element of the hadronic transition  $(M(l=1)|J_{\mu}|Bc)$ , we used both the improved version of the non-relativistic quark model of Isgur-Scora-Grinstein-Wise (ISGW2) and the Covariant Light Front Approach (CLFA).

Keywords: Bc meson, orbitally excited mesons, factorization hypothesis, ISGW2 mo-del, CLFA model.



<sup>1.2</sup> Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad del Tolima, C.P. 73000-6299, Ibague, Tolima. Colombia.

<sup>\*</sup> recastro@ut.edu.co

# 1. Introducción

Los decaimientos no leptónicos de mesones pesados de uno a dos cuerpos son importantes porque son una fuente posible de violación CP [1], ayudan a precisar los valores del triángulo unitario y de la matriz CKM [2], y permiten explorar física más allá del modelo estándar [3]. Además, algunos de estos procesos hoy están al alcance de los experimentos.

El mesón Bc tiene como característica principal el hecho de estar conformado por dos quarks pesados con diferente sabor: el b y el c, razón por la cual es considerado  $heavy\ quarkonia$ , al igual que los estados  $c\overline{c}$  y  $b\overline{b}$ . Como consecuencia, hay gran espacio de fase en sus decaimientos y una gama amplia de posibilidades en el estado final. El mesón Bc fue descubierto en Fermilab por la colaboración CDF, en colisiones protón-antiprotón en el Tevatrón, a una energía de 1,8 TeV y una luminosidad de  $0,11\ fb^{-1}$  [4]. El canal utilizado para el descubrimiento fue  $B_c\to J/\psi\ l\nu$  [4]. En los colisionadores de hadrones, la manera más posible de generar mesones Bc es a través de fusión de gluones de acuerdo con el canal  $gg\to B_c+b+\overline{c}$  [5].

En el experimento LHCb, podría producirse alrededor de  $5\times 10^{10}$  mesones Bc por año, con una sección transversal de  $1~\mu b$  y una luminosidad de  $1~fb^{-1}$  [5, 6, 7]. Este número elevado de eventos motiva a trabajar en la fenomenología del Bc, y asi facilitar el estudio de observables, como fracciones de decaimiento y asimetrías CP [8].

Los decaimientos del mesón Bc se dan solo a través de la interacción débil. Estos pueden dividirse en tres clases a nivel de quarks: la transición  $b \to c(u)$ , con el quark c como espectador la transición  $c \to s(d)$ , con el quark b como espectador, y los canales de aniquilación débil. Los decaimientos del quark c (donde el quark b es el espectador) suministran alrededor del 70 %, los del quark b (donde el quark c es el espectador), el 20 % y la aniquilación débil, el 10 % solamente [5, 7]. Aunque el espacio de fase de las transiciones  $c \to s$  es mucho menor que el de las transiciones  $b \to c$ , los elementos de matriz CKM favorecen los decaimientos con el quark b como espectador, ya que  $|V_{cb}| << |V_{cs}|$  [9].

En la literatura hay bastantes trabajos sobre decaimientos no leptónicos de uno a dos cuerpos del mesón Bc usando diferentes escenarios teóricos (ver por ejemplo [10]). Sin embargo, a la fecha, no hay un estudio exhaustivo de los decaimientos de este mesón con dos mesones excitados orbitalmente en el estado final.

En este trabajo, se obtienen las fracciones de decaimiento de los procesos de uno a dos cuerpos  $Bc \to XA(^3P_1)$ , donde X es un mesón excitado orbitalmente (l=1), es decir, X puede ser un mesón escalar (S), vector-axial  $(A\ ^3P_1)$  o tensorial (T). El cálculo de las fracciones de decaimiento se realizó a nivel árbol, usando la hipótesis de factorización y utilizando, la versión mejorada del modelo de quarks no relativista de Isgur-Scora-Grinstein y Wise (ISGW2) [11] y la aproximación Covariant Light-Front (CLFA) [12]. Los decaimientos estudiados se producen considerando el quark c como espectador

Este artículo se divide en cuatro secciones. La primera es la introducción, En la segunda sección se consideran aspectos teóricos importantes, en la tercera se presentan los resultados, y en la cuarta se expresan las conclusiones. En el apéndice, se presentan brevemente los dos modelos de quarks utilizados.

# 2. Marco teórico

#### 2.1. Hamiltoniano efectivo débil

El hamiltoniano efectivo débil para decaimientos no leptónicos de mesones pesados está dado por [13]:

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{10} V_{CKM}^i c_i(\mu) O_i(\mu), \tag{1}$$

donde  $G_F$  es la constante de Fermi,  $V^i_{CKM}$  los elementos de matriz CKM,  $c_i(\mu)$  son los coeficientes de Wilson y  $O_i(\mu)$  son los operadores locales correspondientes a cada decaimiento.  $\mu$  describe la escala de energía, que en los decaimientos de mesones pesados es del orden de la masa del quark que decae.

Los coeficientes de Wilson  $c_i(\mu)$  dependen de la escala de energía  $\mu$  y del esquema de renormalización, y representan los efectos de corta distancia de QCD, desde  $\mu = m_W$  hasta  $\mu = O(m_b)$  [9]. Por otra parte, los  $< M_1 M_2 |O_i| M >$ , los cuales también dependen de  $\mu$ , representan los efectos de larga distancia de QCD [14].

Para el caso específico del mesón Bc, la contribución a nivel árbol (operadores corriente-corriente) es una buena aproximación, por lo que el Hamiltoniano efectivo débil que describe los decaimientos no leptónicos de este mesón, considerando el quark c como espectador, está dado por [9]:

$$H_{eff}^{b \to c(u)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{array}{c} V_{cb} \left[ c_1(\mu) O_1^{cb} + c_2(\mu) O_2^{cb} \right] + \\ V_{ub} \left[ c_1(\mu) O_1^{ub} + c_2(\mu) O_2^{ub} \right] + h.c \end{array} \right\}. \tag{2}$$

Los operadores  $O_1$  y  $O_2$  para estos decaimientos están dados por [9]:

$$O_1^{qb} = (\overline{q}b)_{V-A} \left[ (\overline{d}'u)_{V-A} + (\overline{s}'u)_{V-A} \right], \tag{3}$$

$$O_2^{qb} = (\overline{q}u)_{V-A} \left[ (\overline{d}'b)_{V-A} + (\overline{q}c)_{V-A} (\overline{s}'b)_{V-A} \right], \tag{4}$$

donde q=c,u y  $(\overline{q}q')_{V-A}=\overline{q}\gamma_{\mu}(1-\gamma_5)q'$ . Los coeficientes de QCD están dados por  $[\cite{g}]$ :

$$a_{1,2}(\mu) = c_{1,2}(\mu) + \frac{1}{N_c} c_{2,1}(\mu).$$
 (5)

En este trabajo, se asume que  $N_c \to \infty$ , es decir,  $a_1(\mu) = c_1$  y  $a_2(\mu) = c_2$ .

# 2.2. Hipótesis de factorización

La amplitud m para el decaimiento  $Bc \to M_1M_2$  es:

$$m(Bc \to M_1 M_2) = \langle M_1 M_2 | H_{eff} | Bc \rangle,$$
 (6)



al sustituir la expresión para  $H_{eff}$ , dada por la ecuación (2), se obtiene:

$$m(Bc \to M_1 M_2) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^2 V_{qb} C_i(\mu) \left\langle M_1 M_2 \left| O_i^{qb} \right| Bc \right\rangle. \tag{7}$$

En la hipótesis de factorización se asume que la amplitud anterior se puede aproximar a:

$$m(Bc \to M_1 M_2) \approx \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^2 V_{CKM}^i c_i(\mu) \left[ \langle M_2 | (J_{1i})^{\mu} | 0 \rangle \right.$$
$$\left\langle M_1 \left| (J_{2i})_{\mu} \right| Bc \right\rangle + 1 \leftrightarrow 2 \right], \tag{8}$$

donde  $J_{\mu}$  es la corriente débil y el elemento de matriz hadrónico es escrito como el producto de constantes de decaimiento y factores de forma.

Sin embargo, en esta aproximación hay un problema porque los coeficientes de Wilson dependen de la escala de energía  $\mu$ , por lo que la amplitud física también depende de  $\mu$ . Para resolverlo, se separan los efectos de corta distancia de los de larga distancia. En la escala  $\mu$ , se asume que  $\langle O_i \rangle$  contiene contribuciones no factorizables para cancelar la dependencia de la escala de energía en los  $c_i$  ( $\mu$ ). Desde esta perspectiva, la hipótesis de factorización es una aproximación porque no considera interacciones QCD posibles entre el mesón que proviene del vacío cuántico y los mesones que involucran la transición directa entre quarks. En general, no es aplicable en todos los decaimientos de uno a a dos cuerpos de mesones pesados [14].

# **2.3.** Anchos de decaimiento de $Bc \rightarrow XA(^3P_1)$

Usando las parametrizaciones del modelo ISGW para los elementos de matriz  $\langle X=S,A,T\,|J^{\mu}|\,B_c\rangle$  [15],  $\langle A\,|J^{\mu}|\,0\rangle=if_Am_A\epsilon^{\mu}$  y algunas relaciones cinemáticas, se obtiene [16]:

$$\Gamma(Bc \to SA) = \zeta |u_+|^2 \lambda^{\frac{3}{2}}, \tag{9}$$

$$\Gamma(Bc \to AA) = \zeta \begin{bmatrix} \lambda^{\frac{3}{2}} (2m_{A_2}^2 |q|^2 + \frac{|l|^2}{4m_{A_1}^2} - \frac{m_B^2 - m_{A_1}^2 - m_{A_2}^2}{2m_{A_1}^2} c_+ l) \\ +3 m_{A_2}^2 |l|^2 \lambda^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4m_{A_1}^2} |c_+|^2 \lambda^{\frac{5}{2}} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\Gamma(Bc \to TA) = \zeta \left[ \frac{\frac{1}{24m_T^4} \left| b_+^2 \right| \lambda^{\frac{7}{2}} + 5\frac{m_A^2}{12m_T^2} \left| k \right|^2 \lambda^{\frac{3}{2}} + \frac{\lambda^{\frac{5}{2}}}{24m_T^4}}{\left( \left| k \right|^2 + 6m_T^2 m_A^2 \left| h \right|^2 + 2(m_B^2 - m_T^2 - m_A^2) k \ b_+ \right)} \right], \quad (11)$$

donde  $\zeta=\frac{G_F^2}{32\pi m_B^3}V_{qb}^2V_{q_1q_2}^2a_{1(2)}^2f_{A_2}^2,$   $G_F$  es la constante de Fermi,  $V_{qb}$  y  $V_{q_1q_2}$  son los valores CKM,  $a_{1(2)}$  es la constante de QCD,  $f_A$  es la constante de decaimiento del mesón vector-axial,  $u_+,q,l,c_+,b_+,k$  y h son los factores de forma y  $\lambda=\lambda(m_B^2,m_{M_1}^2,m_{M_2}^2)$ , donde  $\lambda(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-2xy-2xz-2yz$ .

# 3. Resultados obtenidos

#### 3.1. Valores numéricos

Para hacer las predicciones de las fracciones de decaimiento de los procesos estudiados en este trabajo, se tuvieron en cuenta los siguientes valores:

- $G_F = 1.166 \times 10^{-5} GeV^{-2}$  [17].
- $V_{ud} = 0.97425, V_{us} = 0.2252, V_{ub} = 0.00389, V_{cb} = 0.0406$  [17].
- Factores de QCD para los procesos de emisión externa e interna  $a_1 = 1,14$ ;  $a_2 = -0,2$  (ver por ejemplo [10]).
- Masas de los mesones en GeV [17]:

$$\begin{array}{l} m_{B_c} = 6,\!277, \; m_{\chi_{C0}(1P)} = 3,\!414, m_{D_0^*} = 2,\!318, m_{D_{S0}^{*+}} = 2,\!317, \\ m_{\chi_{C1}(1P)} = 3,\!51, m_{a_1(1260)^+} = 1,\!23, m_{K_1(1270)^+} = 1,\!272, \\ m_{K_1(1400)^+} = 1,\!403, \; m_{f_1(1285)^0} = 1,\!281, \; m_{\chi_{C2}(1P)} = 3,\!556, \\ m_{D_2^*} = 2,\!46, m_{D_{S2}^{*+}} = 2,\!272. \end{array}$$

■ Masas de los quarks (en GeV)[11]:

$$m_u=0,\!33,\;m_d=0,\!33,\;m_c=1,\!82,\;m_s=0,\!55,\;m_c=1,\!82,\;m_b=5,\!2.$$

• Constantes de decaimiento (en GeV) [18, 19, 20]:

$$\begin{split} f_{a_1(1260)^+} &= 0.238, \ f_{\chi_{C1}(1P)} = -0.105, \ f_{K_1(1270)^+} = -0.1695, \\ f_{K_1(1400)^+} &= 0.1392, \ f_{f_1(1285)^0} = -0.23. \end{split}$$

- $\begin{array}{l} \bullet \quad \text{Parámetro } \beta \text{ para los diferentes mesones (en Gev) [11]:} \\ \beta_{B_c} = 0.92, \ \beta_{\chi_{C0}(1P)} = 0.52, \ \beta_{D_0^*} = 0.33, \beta_{D_{S0}^{*+}} = 0.38, \\ \beta_{\chi_{C2}(1P)} = 0.52, \ \beta_{D_2^*} = 0.33, \ \beta_{D_{S2}^{*+}} = 0.38. \end{array}$
- $au_{B_c}=6.86364 \times 10^{11}~GeV^{-1}$ , es el tiempo de vida media del mesón  $B_c$  [15].

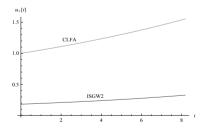


Figura 1: Factor de forma  $u_+$  para la transición  $Bc \to \chi_{c0}$ . Fuente: autores

En las figuras 1, 2 y 3 se presenta el comportamiento de los factores de forma para las transiciones  $Bc \to \chi_{c0}$ ,  $Bc \to \chi_{c1}$  y  $Bc \to \chi_{c2}$ , respectivamente, como función



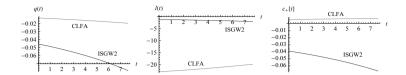


Figura 2: Factores de forma q,l y  $c_+$  para la transición  $Bc \to \chi_{c1}$ . Fuente: autores

Decaimiento	CLFA	ISGW2	
$B_c^+ \to \chi_{c0}(1P)a_1(1260)^+$	$1,72 \times 10^{-3}$	$2,72 \times 10^{-4}$	
$B_c^+ \to \chi_{c0}(1P)K_1(1270)^+$	$4.6 \times 10^{-5}$	$7,29 \times 10^{-6}$	
$B_c^+ \to \chi_{c0}(1P)K_1(1400)^+$	$2,95 \times 10^{-5}$	$4,72 \times 10^{-6}$	
$B_c^+ \to \chi_{c1}(1P)a_1(1260)^+$	$8,68 \times 10^{-2}$	$2 \times 10^{-4}$	
$B_c^+ \to \chi_{c1}(1P)K_1(1270)^+$	$2,33 \times 10^{-3}$	$5,69 \times 10^{-6}$	
$B_c^+ \to \chi_{c1}(1P)K_1(1400)^+$	$1,54 \times 10^{-3}$	$4,45 \times 10^{-6}$	
$B_c^+ \to \chi_{c2}(1P)a_1(1260)^+$	$1,49 \times 10^{-3}$	$8 \times 10^{-4}$	
$B_c^+ \to \chi_{c2}(1P)K_1(1270)^+$	$4 \times 10^{-5}$	$2{,}14 \times 10^{-5}$	
$B_c^+ \to \chi_{c2}(1P)K_1(1400)^+$	$2.6 \times 10^{-5}$	$1,42 \times 10^{-5}$	

Tabla 1: Fracciones de decaimiento de  $Bc \to \chi_{c_{0(1,2)}} A(^3P_1)$ . Fuente: autores

del momento transferido en los modelos ISGW2 y CLFA. En general, los valores absolutos de los factores de forma en CLFA son mayores que en ISGW2. El análisis de los factores de forma permite analizar el aporte de cada onda a las fracciones de decaimiento, de acuerdo con el exponente de  $\lambda$  en cada término de las ecuaciones (9), (10) y (11).

En las tablas 1 y 2, se muestran los valores de las fracciones de decaimiento para los procesos considerados en este trabajo, usando los modelos de quarks ISGW2 y CLFA. Los decaimientos de la tabla 1 incluyen mesones escalares, vector-axiales y tensoriales de la familia *charmonium* en el estado final, mientras que, los procesos de la tabla 2, cuyas fracciones de decaimiento se calcularon en el modelo ISGW2, tienen mesones escalares y tensoriales de la familia *charmed* en el estado final.

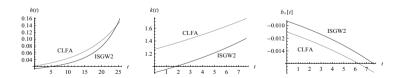


Figura 3: Factores de forma h, k y  $b_+$  para la transición  $Bc \to \chi_{c1}$ . Fuente: autores

Decaimiento	Valor	
$B_c^+ \to D_{0(2)}^{*0} a_1(1260)^+$	$1,82 (9,35) \times 10^{-7}$	
$B_c^+ \to D_{0(2)}^{*0} K_1(1270)^+$	$0.5(2.57) \times 10^{-8}$	
$B_c^+ \to D_{0(2)}^{*0} K_1(1400)^+$	$0,34 (1,82) \times 10^{-8}$	
$B_c^+ \to D_{0(2)}^{*+} \chi_{c1}(1P)$	$0,45 (7,74) \times 10^{-8}$	
$B_c^+ \to D_{s0(2)}^{*+} \chi_{c1}(1P)$	$1,44(3) \times 10^{-7}$	
$B_c^+ \to D_{0(2)}^{*+} a_1(1260)^0$	$1,86 (9,6) \times 10^{-9}$	
$B_c^+ \to D_{s0(2)}^{*+} a_1(1260)^0$	$0,17(1,04)\times10^{-9}$	
$B_c^+ \to D_{0(2)}^{*+} f_1(1285)^0$	$1,75 (9,1) \times 10^{-9}$	
$B_c^+ \to D_{s0(2)}^{*+} f_1(1285)^0$	$1,65 (5,17) \times 10^{-10}$	

Tabla 2: Fracciones de decaimiento de  $Bc \to S(T)$   $A(^3P_1)$  con mesones *charmed* en el estado final, en el modelo ISGW2. Fuente: autores

#### 4. Conclusiones

En este trabajo, se ha estudiado la producción de dos mesones excitados orbitalmente en decaimientos débiles no leptónicos de uno a dos cuerpos del mesón Bc, a nivel árbol, para lo cual se asume hipótesis de factorización y se usan los modelos de quarks no relativista ISGW2 y relativista CLFA. Se obtuvieron fracciones de decaimiento para los procesos  $Bc \to XA(^3P_1)$ , con X=S,  $A(^3P_1)$ , T. Las predicciones de las fracciones de decaimiento son mayores en CLFA. Para el cociente  $R=\frac{Br[Bc\to\chi_{c_2}A(^3P_1)]}{Br[Bc\to\chi_{c_0}A(^3P_1)]}$ , se obtiene R>1 usando ISGW2, mientras que R<1 utilizando CLFA. Esta información puede servir como test de los modelos ISGW2 y CLFA.

Las fracciones de decaimiento de los procesos  $Bc \to \chi_{c_{0(1,2)}} A(^3P_1)$ , obtenidas en el modelo CLFA, oscilan entre  $10^{-2}$  y  $10^{-5}$ . Esto indica que los procesos que incluyen la transición  $b \to c$ , los cuales son favorecidos por CKM en uno de sus vértices, están al alcance del experimento LHCb, donde podría llegar a producirse alrededor de  $5 \times 10^{10}$  mesones Bc por año con una sección transversal de  $1\mu b$  y una luminosidad de  $1 fb^{-1}$  [5, 6, 7]. Las fracciones de decaimiento de los procesos  $B_c^+ \to D_{0(2)}^{*0} a_1 (1260)^+$  y  $B_c^+ \to D_{s0(2)}^{*+} \chi_{c1} (1P)$ , que son favorecidos en un vértice por CKM, y se producen por emisión interna del bosón W, son del orden de  $10^{-7}$ , lo que hace poco probable encontrarlos en el LHC. Las fracciones de decaimiento de los procesos  $Bc \to S(T)A(^3P_1)$ , suprimidos por CKM, están entre  $10^{-8}$  y  $10^{-10}$ , lo que hace muy poco probable encontrarlos en los experimentos actuales.

En los procesos  $Bc \to \chi_{c_1}A(^3P_1)$ , la contribución de la onda l=2 es muy pequeña en el modelo CLFA, debido a que los factores de forma que aparecen en el término correspondiente a esta onda, q y  $c_+$ , tienen valores pequeños. Por otra parte, en el ISGW2, la onda l=1 contribuye negativamente debido al signo negativo del coeficiente del término dominante y los factores de forma l y  $c_+$ . En los procesos  $Bc \to \chi_{c_2}A(^3P_1)$  la contribución de la onda l=3 es la menor en ambos modelos, porque los valores de los factores de forma h y  $b_+$  son pequeños.

Las mayores fuentes de error de los resultados provienen de las constantes de decaimiento  $f_{k_1(1400)^+}=0.1392^{+0.041}_{-0.045},\,f_{k_1(1270)^+}=0.1695^{+0.018}_{-0.021}$  y  $f_{\chi_{C1}(1P)}=-0.105^{+0.023}_{-0.026}$  [18], las cuales producen un margen de error de 30, 15 y 13 %, respectivamente, en las fracciones de decaimiento, y de los factores de forma en CLFA, cuyo error genera una incertidumbre entre el 10-25 % en las predicciones. En cuanto al modelo ISGW2, indagamos sobre el error al variar en un 10 % el parámetro variacional  $\beta_{Bc}$ , y se encontró que se genera un error entre el 10-30 % en las fracciones de decaimiento.

# **APÉNDICE**

#### A. Modelo ISGW2

El modelo ISGW2 [11], es una versión mejorada del modelo ISGW [15], el cual utiliza factores de forma gaussianos generados sobre la base del oscilador armónico, por lo que están suprimidos en la región cercana al máximo valor del momento transferido. En ISGW2 los factores de forma tienen un comportamiento más real, donde el factor gaussiano se sustituye por uno polinomial, y adquiere la forma: [11]:

$$F_n^{(f)} = \left(\frac{\overline{m_B}}{\tilde{m}_B}\right)^{n_B(\alpha)} \left(\frac{\overline{m_X}}{\tilde{m}_X}\right)^{n_X(\alpha)} \left(\frac{\tilde{m}_X}{\tilde{m}_B}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\beta_B\beta_X}{\beta_{BX}^2}\right)^{\frac{n}{2}} \left[1 + \frac{1}{6N}r^2(t_m - t)\right]^{-N}, \tag{12}$$
 donde  $r^2 = \frac{3}{4m_Bm_q} + \frac{3m_{q'}^2}{2\overline{m_B}\,\overline{m_q}(\beta_B^2 + \beta_X^2)} + \frac{1}{\overline{m_Bm_q}} \left(\frac{16}{33 - 2N_F'}\right) \ln\left[\frac{\alpha_s(\mu_{QM})}{\alpha_s(m_q)}\right];$   $\alpha_s\left(Q\right) = \frac{12\pi}{25\ln\left[\frac{Q^2}{0.2}\right]};$   $\mu_{ji} = \sqrt{m_im_j}$  es la escala de energía intermedia entre  $m_i$  y  $m_j;$   $N_F$  y  $N_F'$  son el número de sabores activos por debajo de la escala del quark que decae y en el que decae, respectivamente;  $N=2+n+n'$ , donde  $n$  y  $n'$  son los números cuánticos del oscilador armónico de las funciones de onda inicial y final, es decir,  $N=2$  para la transición de onda  $S$  a onda  $S$ ,  $N=3$  de onda  $S$  a onda  $P$ ,  $N=4$  de onda  $S$  a onda  $S'$ , etc., [11].

 $\overline{m}_X$  es la masa hiperfina del mesón X, la cual se define de acuerdo con los dobletes de espín de Heavy-Quark-Symmetry (HQS), es decir, los mesones se deben agrupar en dobletes de acuerdo con el spín en HQS y luego se encuentra la masa hiperfina para el doblete. Los dobletes son:  $s_l = \frac{1}{2}$  para P y V,  $s_l = \frac{3}{2}^+$  para  $A(^3P_1)$  y T, y  $s_l = \frac{3}{2}^+$  para S y  $A(^1P_1)$ . La fórmula para la masa hiperfina de los mesones de un doblete  $s_l$  está dada por [11]:

$$\overline{m}_{s_l} = \left(\frac{s_l + 1}{2s_l + 1}\right) m_{j=s_l + \frac{1}{2}} + \left(\frac{s_l}{2s_l + 1}\right) m_{j=s_l - \frac{1}{2}}.$$
 (13)

Además, en ISGW2 se consideran las restricciones provenientes de HQS y HQET en el límite del quark pesado, y la forma de las correcciones a  $1/m_Q$  en este límite

[10]. También se hacen correcciones relativistas al modelo de quark en las funciones de onda y a los elementos de matriz de las corrientes vector-axiales.

#### B. Modelo CLFA

El modelo *Covariant light-front*, se basa en un riguroso análisis del espín del quark y el movimiento del centro de masa del hadrón [11]. En la aproximación covariante de este modelo, las constantes de decaimiento y los factores de forma son calculados con integrales de lazo de Feynman en el espacio de los momentos, las cuales son manifiestamente covariantes. Los factores de forma para los decaimientos del mesón  $B_c$  en mesones excitados orbitalmente están dados por la expresión [21]:

$$F(q^2) = F(0)exp(c_1\hat{s} + c_2\hat{s}^2), \tag{14}$$

donde  $\widehat{s}=\frac{q^2}{m_{Bc}^2}$  y F es alguno de los factores de forma  $F_0,\,F_1,\,V,\,A_0,\,A_1,\,A_2$ . Estos factores son combinaciones lineales de los respectivos factores de forma de ISGW2.

#### Referencias

- [1] BABAR Collaboration (P.F. Harrison et al.), SLAC-**504**, 1056 (1998)
- [2] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. 10, 531 (1963); M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. 49, 652 (1973)
- [3] S. L. Glashow, Nucl. Phys. 22, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967); A. Salam, in Elementary Particle Theory, ed. N. Svartholm (Almquist and Wiksells), Stockholm, 367 (1969)
- [4] F. Abe et al. (CDF Collaboration), Phys. Rev. D 58, 112004 (1998); Phys. Rev. Lett. 81, 2432 (1998); Phys. Rev. Lett. 101, 012001 (2008)
- [5] N. Brambilla et al. (Quarkonium Working Group), arXiv:hep-ph/0412158
- [6] M. P. Altarelli and F. Teubert, Int. J. Mod. Phys. A 23 5117 (2008)
- [7] I. P. Gouz, V. V. Kiselev, A. K. Likhoded, V. I. Romanovsky, and O. P. Yushchenko, Phys. Atom. Nucl. 67, 111559 (2004); Yad. Fiz. 67, 1581 (2004)
- [8] L-X. Lü, Z-J. Xiao, S-W. Wang and Z-O. Zhang, arXiv:hep-ph/ 1204.6635 v1
- [9] H-M. Choi and C-R. Ji, Phys. Rev. D **80**, 114003 (2009)
- [10] R. Dhir and R. C. Verma, Phys. Scr. 82 065101 (2010); N. Sharma, R. Dhir and R. C. Verma, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 37, 075013 (2010); R. Dhir and R. C. Verma, Phys. Rev. D 79, 034004 (2009); N. Sharma, Phys. Rev. D 81, 014027 (2010); R. Dhir and R. C. Verma. Phys. Rev. D 79, 034004 (2009)
- [11] D. Scora and N. Isgur, Phys. Rev. D **52**, 2783 (1995)



- [12] H-Y. Cheng, C-K. Chua and C-W. Hwang, Phys. Rev. D **69**, 074025 (2004)
- [13] G. Buchalla, A. J. Buras, and M. E. Lautenbacher, Rev. Mod. Phys. 68, 1125 (1996)
- [14] G. Buchalla et al. Eur. Phys. J. C 57 309 (2008)
- [15] N. Isgur, D. Scora, B. Grinstein and M. B. Wise, Phys. Rev. D 39, 799 (1989)
- [16] J. H. Muñoz and N. Quintero, Rev. Mex. Fis. E 57 v1 (2011)
- [17] K. Nakamura *et al.* (Particle Data Group), J. Phys. G **37**, 075021 (2010)
- [18] R. C. Verma, arXiv:hep-ph/1103.2973 v1
- [19] K-C. Yang arXiv:hep-ph/0705.0692 v3
- [20] H-Y. Cheng and C-K. Chua, Phys. Rev D 81, 114006 (2010); H-Y. Cheng and C-W. Chiang, Phys. Rev. D 81, 074031 (2010)
- [21] X-X. Wang, W. Wang and C-D. Lu, Phys. Rev. D **79**, 114018 (2009)

Referencia	Fecha de recepción	Fecha de aprobación
Castro, Ricardo. E. y Muñoz, José. H. Decaimientos no leptónicos de uno a dos cuerpos del mesón <i>Bc</i> incluyendo mesones excitados orbitalmente en el estado final.  Revista Tumbaga (2012), 7,vol. II	Día/mes/año 07/08/2012	Día/mes/año 15/09/2012